

MATEMÁTICAS FINANCIERAS Y EVALUACIÓN GERENCIAL DE PROYECTOS. CONCEPTOS BÁSICOS PARA LA TOMA DE DECISIONES DE INVERSIÓN

Antonio Boada
Fausto Camilo Vahos Zuleta





MATEMÁTICAS FINANCIERAS Y EVALUACIÓN GERENCIAL DE PROYECTOS. CONCEPTOS BÁSICOS PARA LA TOMA DE DECISIONES DE INVERSIÓN

Antonio José Boada
Fausto Camilo Vahos Zuleta



Coordinación de Investigaciones
Fondo Editorial

Fundación Universitaria CEIPA
2021

Catalogación en la fuente: Matemáticas financieras y evaluación gerencial de proyectos: Conceptos Básicos para la Toma de Decisiones de Inversión

Boada, Antonio José

Matemáticas financieras y evaluación gerencial de proyectos: Conceptos básicos para la toma de decisiones de inversión / Antonio José Boada, Fausto Camilo Vahos Zuleta, 1. Edición. – . Sabaneta, Antioquia: Fondo Editorial Fundación Universitaria CEIPA, 2021.

162 páginas.; Figuras y tablas a color y en blanco y negro; 17 x24 cm.

ISBN IMPRESO: 978-958-8752-27-3

ISBN DIGITAL: 978-958-8752-33-4

Matemáticas/Matemáticas aplicadas /Matemáticas estadísticas / Gerencia de operaciones financieras

Incluye tabla de contenido

Antonio José Boada, Fausto Camilo Vahos Zuleta

CDD. 658.152 B224

Código de catalogación CO-SbCEI

© Fundación Universitaria CEIPA

Título:

Primera edición: Sabaneta, enero 2021

ISBN impreso: 978-958-8752-27-3

ISBN digital: 978-958-8752-33-4

Fundación Universitaria CEIPA

PhD. Diego Mazo Cuervo

Rector

PhD. Giovanni Cardona Montoya

Vicerrector Académico

PhD. Julián Zapata Cortés

Editor Institucional

Esp. Amparo Acosta Hurtado

Coordinadora de Investigaciones

Fondo Editorial CEIPA

Coordinación editorial: Raúl Andrés Jaramillo E.

E-mail: editorial.ceipa@ceipa.edu.co

Dirección: Calle 77 Sur No. 40-165 Teléfono: (60) (4) 305 61 00 Ext. 4122 Sabaneta, Colombia

No se permite la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros), sin autorización previa y por escrito del titular del copyright, bajo las sanciones establecidas en la ley.

El contenido de esta publicación puede reproducirse citando la fuente. La obra publicada expresa exclusivamente la opinión de los autores, de manera que no compromete el pensamiento ni la responsabilidad de la Fundación Universitaria CEIPA.

Tabla de contenido

9	Introducción
13	Capítulo 1. Conceptos básicos de las finanzas
13	1.1 El dinero
15	1.2 ¿Qué son las finanzas?
15	1.3 Inversionista frente a ahorrador
16	1.4 Prestatario/emisor
17	1.5 Riesgo
19	1.6 Liquidez
20	1.7 Utilidad
21	1.8 Índice de precios al consumidor
23	1.9 Inflación
24	1.10 Poder adquisitivo
25	1.11 Tasa de cambio, tasa representativa del mercado
25	1.12 Mercado financiero
26	1.13 Interés
27	1.14 Tasa de interés
27	1.15 Valor presente o valor actual
28	1.16 Plazo
28	1.17 Valor futuro
29	1.18 Valor del dinero en el tiempo
30	1.19 Diferencia entre porcentaje, puntos porcentuales y puntos básicos
32	Ejercicios para estudio

37	Capítulo 2. Tasas de interés
37	2.1 El papel del banco central
39	2.1.1 Tasa de intervención de política monetaria
39	2.1.2 Operaciones de mercado abierto
39	2.1.3 Tasa activa o de colocación
40	2.1.4 Tasa pasiva o de captación
40	2.1.5 Intermediación bancaria
40	2.1.6 Depósitos a término fijo
40	2.1.7 Indicador bancario de referencia
40	2.1.8 Overnight o tasa interbancaria a un día
41	2.1.9 London InterBank Offered Rate
41	2.1.10 La tasa de los TES
41	2.1.11 Unidad de valor real
42	2.1.12 Repos e interbancarios
42	2.1.13 Tasa de usura
42	2.2 Aplicación de las tasas de interés
43	2.2.1 Capitalización
45	2.2.2 Tasa efectiva
47	2.2.3 Tasa nominal
49	2.2.4 Aplicación de la tasa nominal
50	2.2.5 Interés real
52	2.2.6 Tasa indexada
52	2.2.7 Tasa neta
53	2.3 Equivalencia de tasas
58	Ejercicios para estudio

63	Capítulo 3. Interés compuesto acumulativo: acreditación-planes de ahorro
63	3.1 Interés compuesto
64	3.2 Interés simple, un caso particular del interés compuesto
64	3.2.1 Características del interés simple
64	3.2.2 Cálculo del interés simple
68	3.2.3 Características del interés compuesto
69	3.2.4 Cálculo del interés compuesto
72	3.2.5 Importancia de conocer el período de capitalización en una tasa de interés nominal
77	Ejercicios para estudio
85	Capítulo 4. Interés compuesto con pagos: amortización de préstamos
85	4.1 Acreditación frente a la amortización
87	4.2 Tipos de amortización
87	4.2.1 Series uniformes
91	4.2.2 Series proporcionalmente variables: gradiente lineal o aritmético
93	4.2.3 Series proporcionalmente variables: gradiente porcentual o geométrico
93	4.2.4 Otras formas de amortización de préstamos
96	Ejercicios para estudio
111	Capítulo 5. Valoración financiera de proyectos
111	5.1 Inicio de la formulación de proyectos
112	5.2 Conceptos básicos sobre administración de proyectos
113	5.3 Proyectos públicos frente a proyectos privados
113	5.4 Procesos básicos de la administración de proyectos
114	5.5 Ciclo de vida de los proyectos

115	5.5.1 Fase de preinversión
116	5.5.2 Fase de inversión
117	5.5.3 Fase de operación
117	5.5.4 Fase de evaluación de resultados
118	5.6 Estudios para tomar en consideración al momento de plantear un proyecto
118	5.6.1 Estudio de demanda
120	5.6.2 Estudio de oferta
121	5.6.3 Estudio de precios
121	5.6.4 Estudio de comercialización
122	5.7 Estructura de costos, gastos e ingresos
122	5.7.1 Inversión inicial total
123	5.7.2 Ingresos
124	5.7.3 Costos y gastos
125	5.8 Análisis financiero de proyectos
127	5.8.1 Costo y tasa de oportunidad (i^*)
127	5.8.2 Valor presente neto
129	5.8.3 Tasa interna de retorno
131	5.8.4 Tasa interna de retorno modificada
131	5.8.5 Relación beneficio/costo
132	5.8.6 Costo anual uniforme equivalente
134	5.8.7 Payback
138	Ejercicios para estudio
155	Conclusión
157	Referencias

Introducción

La vida cotidiana de los individuos y también de las empresas está rodeada de situaciones en las que directamente las matemáticas financieras juegan un papel fundamental: tener una cuenta de ahorros en un banco; solicitar un crédito con alguna entidad financiera; tomar deuda en moneda extranjera; abrir un CDT; resultar afectado por la inflación o por la devaluación entre muchas otras. Aunque se desconoce, por ejemplo, ¿con base en qué elementos se deben tomar decisiones de endeudamiento o de inversión?, ¿cómo son liquidados los intereses pagados en un crédito?, ¿qué rentabilidad es recibida en una inversión antes y después de impuestos?, ¿es conveniente que exista inflación?, ¿es positivo que se presenten fenómenos de revaluación o devaluación en la economía?

Estos y otros interrogantes son resueltos gracias a las matemáticas financieras mediante técnicas matemáticas que se aplican a las finanzas, enfocadas en la comprensión de la fluctuación del dinero en un período de tiempo a partir de tres factores: el capital, el tiempo y la tasa de interés. Logrando así, obtener un panorama racional y argumentado para la toma de decisiones financieras. Entre las que se tienen, por ejemplo: establecer el costo real de una financiación o la rentabilidad puntual de una inversión; definir en determinadas condiciones, si es mejor alquilar o comprar; elegir alternativas de inversión de acuerdo con los criterios de liquidez, riesgo, rentabilidad y plazo.

Todas las organizaciones deben tener personal idóneo en el área financiera para maximizar las utilidades en función de la optimización de recursos a través del tiempo, la administración de los recursos de liquidez, conocer las diferentes opciones de inversión y financiación, así como ser hábiles en la realización de operaciones para elegir la opción más conveniente.

El presente libro hace referencia a cinco capítulos desarrollados desde la contextualización del valor del dinero en el tiempo hasta su aplicación en el marco de la evaluación de proyectos enfocada en la perspectiva de interés compuesto, exponiendo de forma novedosa el interés simple como un caso particular de este tipo de interés (el interés simple se expone como un caso especial en el que el interés compuesto no se acumula sino que se paga luego de que es generado); de igual manera se abordan tópicos inherentes a los distintos tipos de tasas de interés, planes de acreditación, planes de financiación y amortización (incluyendo las series uniformes y los gradientes, calculados en Microsoft Excel a través de tablas de acreditación y tablas de amortización); el libro finaliza con un capítulo referente a la formulación de proyectos y su respectiva evaluación financiera por medio de diferentes herramientas como son el valor presente neto, la tasa interna de retorno, el costo anual uniforme equivalente, la tasa beneficio-coste y el payback.

Asimismo, es importante aclarar al lector que el objetivo principal de este libro corresponde a la creación de una obra 100 % digital en la que todos los ejercicios son resueltos en vídeo y con acceso público a través de YouTube. En este sentido se realizó una selección minuciosa de ejercicios de prueba, los cuales —más allá de su originalidad— fueron tomados por su alto nivel pedagógico y temático; es por ello que, en la sección “Ejercicios para estudio”, el lector tendrá a disposición una diversidad amplia de ejercicios de otros autores; todos estos debidamente referenciados, respetando la inspiración original de los creadores de las situaciones problemáticas.

De igual manera se da un especial agradecimiento a los estudiantes CEIPA, Diego Ossa, Ana Elena Jaramillo y Verónica Solórzano Saldarriaga, quienes colaboraron en la realización de este importante documento institucional formador de administradores y contadores. Cabe destacar que no hubiera sido posible la realización de este libro sin sus aportes, dedicación, ímpetu e impulso profesional. Particularmente Verónica Solórzano logró evidenciar mediante esta obra una habilidad intrínseca y profesional que le permitirá presentar situaciones complejas en

esquemas y flujogramas que posibilitan explicar de manera didáctica diversos procedimientos aplicables a diferentes situaciones problemáticas de matemáticas financieras.

Con base en ello se exhorta a las instituciones de educación superior a involucrar a la comunidad estudiantil en los procesos investigativos puesto que adicional a potenciar sus habilidades profesionales, también permite desarrollar la competencia investigativa de la curiosidad científica esencial para cualquier profesional del siglo XXI.

Capítulo 1

Conceptos básicos de las finanzas

“Todo necio confunde valor y precio” (Antonio Machado).
“El activo más poderoso con el que contamos es nuestra mente” (Robert Kiyosaki).

Todos los profesionales en administración y contaduría requieren comprender el cambio del valor del dinero en el transcurso del tiempo. Con los conceptos y la aplicación de las fórmulas descritas en este libro, esos profesionales tendrán las herramientas necesarias para la administración del dinero de manera que las entradas y salidas de efectivo generen el mayor valor posible dentro de cualquier organización e inclusive dentro de su vida profesional.

Para poder comprender la importancia de las finanzas es necesario comprender, asimilar e interiorizar los conceptos básicos que sustentan el ámbito financiero y empresarial a nivel mundial.

1.1 El dinero

El dinero se considera una herramienta de compra de bienes y servicios, aceptado por los integrantes de una comunidad.

Hay varias corrientes teóricas dentro de las ciencias económicas que estudian las particularidades del dinero como su origen o influencia en la sociedad. También hay consenso en que el dinero tiene como funciones en la economía al medio de intercambio, a la unidad de cuenta y al depósito de valor.

El dinero usado como instrumento por la sociedad para ejecutar las transacciones de compra de bienes y servicios cumple con la función de medio de intercambio. Para que esta función sea ejecutada debe poseer algunas características tales como aceptación general, fácil de transportar, divisible en unidades menores no perecederas y difíciles de falsificar. Cuando el dinero es usado para pagar o liquidar deudas a futuro cumple con la función de medio de pago (Alarcón, 2017).

Expresar en unidades monetarias el valor de los bienes o servicios facilita la fijación de sus precios e incluso el establecimiento de las deudas; todo esto en función de la unidad contable-monetaria del dinero. De esta forma se disminuye el costo de las transacciones y facilita los cálculos económicos.

La capacidad de conservar el valor a través del tiempo es la función de depósito de valor del dinero. Esta función permite que el dinero guarde el poder de adquisición o de compra para ser utilizado en el futuro.

Originalmente las negociaciones se realizaban a través de mercancías que representaban valor como el oro; de ahí se evolucionó al uso de las monedas y títulos representativos respaldados por los gobiernos. Las transacciones se generan por medio de monedas y billetes emitidos por el banco central de cada país. Al día de hoy, los mecanismos de intercambio han evolucionado al utilizar dinero plástico o electrónico mediante tarjetas débito o crédito emitidas por entidades financieras como sustitución del efectivo y adicionalmente como mecanismo de seguridad. Además la revolución digital ha traído consigo grandes cambios para el mundo financiero, de ahí que el *FinTech* sea definido como la combinación de productos financieros con la tecnología en busca de la inclusión financiera y la simplicidad en las transacciones.

1.2 ¿Qué son las finanzas?

Las finanzas son consideradas como la ‘ciencia’ de gestionar el dinero. Los agentes económicos y organizaciones generan, recaudan, gastan e invierten dinero. Las finanzas ayudan a gestionar el proceso, los mercados y los instrumentos que participan en la transferencia de dinero entre los individuos, empresas y gobiernos (Gitman, 2007).

Al final, las finanzas son la rama de la administración que estudia el intercambio de dinero y su flujo en el sistema económico en aras de reducir la incertidumbre y el riesgo que se pueda generar. Es una herramienta de gestión administrativa basada en la comprensión del comportamiento del dinero en su generación y gasto. Esta tiene dos divisiones, principalmente, los servicios financieros y las finanzas administrativas.

De esta manera a través de las técnicas financieras es posible valorar procesos, proyectos —e incluso empresas—, cuantificándolos monetariamente según la perspectiva de generación de rentabilidad futura; aspecto muy diferente a la cuantificación contable de los estados financieros (las finanzas crean dinero a partir de los supuestos y prospectivas del negocio).

1.3 Inversionista frente a ahorrador

Se entiende por inversionista y a ahorrador a todo agente económico que busca convertir su monto invertido en utilidad con la mayor rentabilidad y el menor riesgo posible. Un inversionista surge de la posición que toma un ahorrador que busca emplear sus excedentes de dinero de manera estratégica, así como el aumento de valor de sus ahorros (capital). Sin embargo hay una clara diferencia entre el inversionista y el ahorrador. Un inversionista es aquel que provee capital al sistema económico, esperando una retribución (utilidad) tras asumir un riesgo; así, para el inversionista es posible correr determinados riesgos a fin de obtener la

utilidad deseada. Entretanto el ahorrador surge de la decisión principal de proteger y acumular la riqueza que posee, en función a los excedentes de dinero (utilidades); así, para el ahorrador el riesgo debe ser mínimo puesto que su prioridad es la protección del capital.

Todo inversionista espera obtener la mayor rentabilidad y liquidez posible en el tiempo a partir de su inversión, pero generalmente pensando en el nivel de riesgo que esté dispuesto a tolerar. Es importante indicar que la rentabilidad dependerá también de contextos macroeconómicos como la inflación y la productividad de un país (producto interno bruto) entre otros indicadores, los cuales brindan información para tomar decisiones según la cantidad de riesgo que un inversionista/ahorrador esté dispuesto a tolerar.

Es importante destacar que los inversionistas (ya sean propensos al riesgo o adversos a este) enfocan su atención a lograr un margen de rentabilidad alto, monitoreando continuamente el riesgo asumido; para ellos perder dinero es una posibilidad del riesgo asumido. Aunque los ahorradores presentan una clara aversión al riesgo su objetivo principal es mantener el monto ahorrado, por lo que el nivel de rentabilidad suele ser muy bajo en comparación con el de los inversionistas; para ellos perder dinero no es una posibilidad, por lo tanto las entidades que ‘captan’ ahorros suelen estar monitoreadas y/o controladas por entes gubernamentales.

Toda persona natural o jurídica puede generar una capacidad de ahorro a través del dinero sobrante entre los ingresos y los egresos (utilidad); este monto puede ser incluido en el sector financiero ya sea como ahorro (en el que la seguridad con bajo riesgo sea la prioridad) o como inversión (en el que la generación de rendimiento con riesgo sea la prioridad):

$$\text{Capacidad ahorro} = \text{utilidad} = \text{ingresos} - \text{egresos}$$

1.4 Prestatario/emisor

Al contrario del ahorrador, el prestatario busca atender su necesidad de dinero al menor costo posible tanto porque sus egresos son mayores a

sus ingresos o porque obtiene un mayor beneficio consiguiendo dinero prestado. Cuando se requiere de un préstamo se debe pagar intereses, los cuales representan el costo del dinero obtenido. Un ejemplo de prestatario es una empresa que requiere coyunturalmente dinero adicional para su funcionamiento, por lo cual pueden utilizar los préstamos bancarios e incluso la emisión de bonos o títulos de deuda como aspecto de financiación.

Otra fuente de financiación podría ser las acciones emitidas por una empresa en un mercado de valores. Al constituirse la empresa en emisor se cede un porcentaje de esta a los inversionistas que adquieren las acciones, convirtiéndolos en dueños de una parte de ella. Este emisor representa la oferta en los mercados de valores y proyectos de inversión.

1.5 Riesgo

El riesgo es un aspecto que a muchos no les gusta discutir, pero que al final estará presente en cualquier aspecto o circunstancia dentro del ámbito financiero. Ya sea desde la posición de ahorrador o de inversionista, existirá un riesgo implícito al momento de ejecutar cualquier acción; en este sentido antes de invertir y/o ahorrar es muy importante contemplar los riesgos inmersos, a fin de tomar la mejor decisión según nuestras particularidades. Por ejemplo, la posibilidad de no obtener los flujos de dinero en las fechas y montos previstos puede considerarse como una pérdida parcial o total del monto invertido debido al valor del dinero en el tiempo; por tal motivo, no es lo mismo recibir diez millones hoy que recibirlos en 6 meses. Así pues, la probabilidad de que un evento ocurra y que pueda modificar la expectativa del resultado de una inversión se define en finanzas como riesgo.

De igual manera en la situación de incertidumbre se identifican los hechos que podrían afectar los resultados esperados, aunque se desconoce la probabilidad de que ocurran (Pareja, 2003). Para el banco BBVA el riesgo es la incertidumbre que se produce al momento de obtener

el rendimiento de una inversión debido al continuo cambio en la economía o sector en el que se opera, ocasionando una imposibilidad de devolución del capital por una de las partes y la inestabilidad que pueden sufrir los mercados financieros.

De acuerdo a lo anterior, los riesgos se clasifican de la siguiente manera:

(i) riesgo de crédito: se produce cuando un prestatario incumple sus obligaciones de pago con un inversionista-ahorrador. Por ejemplo, si un emprendedor adquiere un crédito con un banco para ejecutar su idea de negocio se está comprometiendo a devolver el dinero con intereses; es decir que el riesgo de crédito se manifiesta en la posibilidad de un impago de deuda.

(ii) Riesgo de cambio: este riesgo parte de los cambios en el valor de las monedas nacionales frente a otras, especialmente frente al dólar que es la principal moneda de referencia en el mercado internacional. Este riesgo afecta principalmente a los agentes económicos que realizan transacciones internacionales en diferentes divisas.

(iii) Riesgo de tasas de interés: está directamente relacionado con el costo del dinero en una economía, según la coyuntura, es decir la fluctuación de las tasas de interés en el mercado; un ejemplo es un prestatario que se ve afectado por altas tasas de interés para realizar un préstamo en un mercado de dinero.

(iv) Riesgo de mercado: este riesgo es bastante común en el mundo real y se relaciona con la coyuntura de un sector económico; por ejemplo, el deterioro de la cartera de clientes debido a una difícil situación del sector en el que se vende y que retrasa los pagos que los clientes realizan a la empresa.

(v) Riesgo de liquidez: este tipo de riesgo tiene suma relevancia para los encargados de la administración financiera debido a que se relaciona con la falta de liquidez, lo cual limita el cumplimiento de las obligaciones financieras como préstamos o pago a proveedores. Este tiene su origen

en diferentes fuentes, siendo una de ellas el incumplimiento del pago de los clientes; lo anterior, demuestra cómo la economía es una cadena que relaciona todos los sectores.

Hoy existen muchas herramientas para la gestión del riesgo, una de ellas es la contemplación y jerarquización de todos los posibles riesgos; además de la probabilidad de ocurrencia y valorar el posible impacto que genere en el ahorro o la inversión; esto se conoce como “matriz de gestión de riesgo”.

Es así, como conscientes de la importancia en la gestión del riesgo, las organizaciones cuentan con departamentos y áreas dedicadas específicamente a esta labor para sustentar la toma de decisiones. La gestión del riesgo es una importante rama de las finanzas cuyo contenido se ha ampliado en gran medida durante los últimos años debido a las crisis financieras como la de 2008 en la economía de los Estados Unidos e incluso la generada por la pandemia del coronavirus (COVID-19) a nivel mundial en 2020.

1.6 Liquidez

La liquidez es un criterio de alta importancia en finanzas y en la gestión de las organizaciones. Se define como la capacidad de cumplimiento de las obligaciones financieras a corto plazo en la fecha de vencimiento. De esta manera la liquidez no solo se refiere al efectivo disponible sino a la capacidad que tiene la empresa para convertir sus activos circulantes en el tiempo adecuado para cumplir con los pagos de los pasivos a corto plazo (Gutiérrez, Téllez y Munilla, 2005), en esta tarea se evidencia la habilidad del administrador financiero para generar el balance adecuado que produzca los mejores resultados en la generación de valor con liquidez; esta rama de las finanzas se llama administración de flujos de efectivo.

Liquidez es la facilidad de transformar un activo en efectivo. Cuando un activo se convierte fácilmente en efectivo, sin que este pierda mucho su valor, se considera que es de mayor liquidez. En los sistemas contables

se establece un orden que ubica los activos de más líquidos a los menos líquidos. Existen activos disponibles como cuentas de ahorro y otros activos como certificados de depósito a término —CDT— que se redimen al vencimiento del título.

El corto plazo está contemplado financieramente a un año. La falta de liquidez puede generar ciertos inconvenientes en el cumplimiento de los objetivos estratégicos, acceder a descuentos por pronto pago y aprovechar oportunidades que se presentan; esto se traduce en libertad de elección; igualmente limita el margen de acción en la toma de decisiones por parte de la alta gerencia. Una falta de liquidez grave puede ocasionar, incluso, la quiebra y la pérdida parcial o total de la inversión del capital patrimonial de los socios (Gutiérrez, Téllez y Munilla, 2005).

1.7 Utilidad

La utilidad es la rentabilidad o pérdida generada en una inversión durante un período. Se puede entender como el beneficio obtenido adicional al valor inicial de una inversión (rentabilidad) o el detrimento asumido en función al valor inicial de una inversión (pérdida). Esta rentabilidad o pérdida dependerá de la liquidez, el riesgo y las distribuciones en efectivo durante el período. Y son medidos según la diferencia periódica entre los ingresos y los egresos (flujos periódicos de dinero) que se obtengan durante la duración de cualquier proyecto-negocio; además, puede expresarse como porcentaje de rentabilidad final según la inversión inicial.

La inversión que arriesga más dinero normalmente recibe mayor rentabilidad, de ahí uno de los principios de las finanzas: a mayor riesgo, mayor rentabilidad.



Figura 1. Frontera eficiente. Fuente: ahorrainvierte.com (2018).

Es así que los ahorradores e inversionistas buscarán lo mejor de dos mundos, a saber: que los negocios sean los que generen una mayor rentabilidad a un bajo riesgo, aspecto que a veces suele ser una utopía o un aspecto cuya información futura por lo general no es objetivamente analizada.

1.8 Índice de precios al consumidor

El índice de precios al consumidor —IPC— indica la variación porcentual del costo de los productos de la canasta básica familiar (es decir, los productos que consume un colombiano promedio); de esta manera se determina su aumento o disminución en relación con un período base.

La canasta familiar se define a partir de una encuesta nacional que realiza el centro de estudios estadísticos de cada país aproximadamente cada 10 años, en el caso de Colombia es el DANE, esta encuesta mide el presupuesto de los hogares invertido en los productos de primera necesidad. Las principales funcionalidades del IPC son: (i) medir la variación de los precios de los bienes y servicios que conforman la canasta

familiar en un período determinado, por lo general se mide mensualmente; comparar el costo de vida con otros países; medir y diagnosticar la situación económica de la economía nacional (DANE, 2019).

A través de la canasta de bienes y servicios se organizan doce divisiones del gasto promedio del colombiano, el cual es especificado en la siguiente tabla.

Tabla 1. Divisiones de gasto sobre las que se calcula el IPC

1. Alimentos y bebidas no alcohólicas	7. Transporte
2. Bebidas alcohólicas y tabaco	8. Información y comunicación
3. Prendas de vestir y calzado	9. Recreación y cultura
4. Alojamiento, gas, agua, electricidad y otros combustibles	10. Educación
5. Muebles, artículos para el hogar y conservación ordinaria para la vivienda	11. Restaurantes y hoteles
6. Salud	12. Bienes y servicios diversos

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.



Figura 2. IPC. Fuente: UGT (2019).

Cada mes, el DANE registra el precio de los 443 artículos de la canasta. Para esto, visita diferentes canales de distribución en 38 ciudades del país, en dónde los colombianos adquieren bienes o servicios.

Esto incluye: tiendas de barrio, supermercados, plazas de abastos, grandes superficies, establecimientos especializados en la venta de artículos y en la prestación de servicios.

Una vez se registran los cambios de precio, si suben o si bajan, para cada artículo en la canasta de bienes y servicios, se calcula la variación, entre un período de tiempo y otro. (DANE, 2019)

1.9 Inflación

La inflación es un aumento generalizado y constante en los precios de bienes y servicios de una economía (definido por la variación en el IPC) (Banco de la República, s.f.), lo cual ocasiona una disminución en el poder adquisitivo del dinero.

La inflación es determinada por el libre desarrollo del mercado en el que la oferta y la demanda de bienes y servicios determinan el precio de estos (Meza, 2017), siendo un importante diagnóstico de la economía de un país. De la inflación se desprenden algunos términos con relación a su nivel:

(i) inflación subyacente (también llamada inflación básica): esta excluye elementos variables tales como el precio de los alimentos, servicios públicos y combustibles. Hoy en día, el Banco de la República monitorea el IPC desde cuatro frentes: IPC sin alimentos; IPC sin alimentos primarios, combustibles y servicios públicos; el núcleo 2o (excluye el 20 % más volátil de los bienes y servicios de la canasta del IPC y no tiene en cuenta la estacionalidad de los productos) e IPC sin alimentos ni regulados (Cifuentes, 2020).

(ii) Deflación: aquella inflación negativa definida por el decrecimiento generalizado, perdurable y constante de los precios de los bienes y servicios en la economía.

(iii) Estancflación: es la contracción o disminución de la actividad económica acompañada de una inflación creciente.

(iii) Hiperinflación: se presenta en el desequilibrio macroeconómico, caos político, inestabilidad social, guerras entre otros. El aumento de la inflación alcanza tasas de tres o más dígitos.

La inflación produce efectos redistributivos entre ahorradores y prestatarios, por ejemplo: un prestatario adquiere un crédito con vencimiento a un año y una tasa de interés del 12 % anual y durante el transcurso del año la tasa de inflación sube al 15 %, en esta circunstancia el inversionista-acreedor de la deuda al momento de recuperar el dinero tiene una diferencia del 3 %, lo que significa que su dinero ha perdido poder adquisitivo. Este tipo de efectos generan incertidumbre y mayores riesgos en la toma de decisiones financieras (Rave, 2011).

1.10 Poder adquisitivo

En la medida que los precios de los bienes suben, cada vez se obtienen menos con la misma cantidad de dinero; es decir que se pierde capacidad de compra en función de la inflación, a esto se le denomina poder adquisitivo. Por ejemplo: si un ciudadano gana \$ 1'000000 y gasta \$ 500000 de su salario en la canasta familiar, este valor representa su poder adquisitivo; aunque por la inflación el costo de su canasta aumentó a \$ 550000, por ello ha perdido poder adquisitivo.

El poder adquisitivo puede tener varias formas de cálculo, una de ellas por medio del nivel de ingreso promedio: este puede ser a través del índice de remuneración o el salario mínimo, en contraposición con el nivel de egreso promedio (determinado por la variabilidad del IPC)¹.

¹ En este aspecto se recomiendan los artículos científicos de Boada (2013) y Boada y Mayorca (2011).

1.11 Tasa de cambio, tasa representativa del mercado

La tasa representativa del mercado —TRM— es la fluctuación del poder adquisitivo de una moneda frente a otra, por ejemplo: la variación del peso colombiano frente al dólar se mide a través de la TRM. La tasa de cambio se relaciona principalmente, y de manera muy importante, con la cuenta corriente de la balanza de pagos y otras variables económicas de gran importancia (Rave, 2011).

La tasa de cambio permite establecer una comparación que ayuda a interpretar el precio de bienes y servicios producidos en un país. Sin embargo hay que destacar que esta comparación no implica el poder adquisitivo del ciudadano, ya que si los ingresos del ciudadano común pueden variar también varían los niveles de egresos promedio y de la canasta básica.

En las economías se utilizan diferentes mecanismos para controlar las tasas de cambio, esto es lo que los bancos centrales determinan en los regímenes cambiarios, los cuales suelen ser particularizados por cada país (Rave, 2011).

1.12 Mercado financiero

El mercado financiero se entiende como el sistema de encuentro entre oferentes y demandantes de dinero. Este es el mercado al que se accede en busca de inversión del ahorro o por el requerimiento de financiación. La mayor parte del tiempo los titulares del dinero no tienen relación directa dado que, aunque los agentes tienen la posibilidad de negociar los acuerdos de manera personal, lo hacen mediante un intermediario financiero. Los productos vendidos y comprados en este mercado son los llamados instrumentos financieros. El mercado financiero se refiere a las transacciones de compra y venta de activos financieros como las acciones; en donde el precio depende de la oferta o la demanda, pues a mayor demanda mayor es el precio y viceversa.

Los mercados financieros se clasifican de acuerdo con diferentes criterios, siendo uno de ellos el tipo de activos que se puede transar y su vencimiento:

(i) mercado de dinero: sistema en el que se realizan transacciones de activos de corto plazo, principalmente el sector financiero intermediado con productos de alta liquidez y bajo riesgo.

(ii) Mercado de capitales: sistema en el que se realizan transacciones de activos de largo plazo, especialmente activos de renta variable tal como las acciones consideradas de alto riesgo y rentabilidad (Gitman, 2007).

1.13 Interés

El interés es el valor generado como ganancia o contraprestación de un valor dado en préstamo, ahorro o inversión. Se mide en términos monetarios (\$), pero su cálculo depende de la tasa de interés (%i). Con la comprensión de los demás conceptos financieros se define al interés como una herramienta para conservar o incrementar el valor del dinero en el tiempo. Dado que en las economías de mercado nada es gratis, el uso del dinero también tiene un costo al que se denomina interés. Este es la diferencia entre el capital invertido en un período o (al inicio de la negociación) y el capital resultante en un período futuro (el dinero cambia su valor en el tiempo):

$$I = VF - VP$$



Figura 3. Interés. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

1.14 Tasa de interés

La tasa de interés (%i) es la expresión del costo del dinero como respuesta a la pérdida de poder adquisitivo de este. Ya sea en un crédito o en los recursos propios debe existir una tasa de interés o un rendimiento requerido mínimo para evitar la destrucción de valor en el tiempo. También se define como el valor porcentual con el cual se valora la utilidad que se recibe a cambio de una inversión o préstamo otorgado. Cuando se presta dinero, la tasa de interés representa el costo por prestarlo.

La tasa de interés representa la variación porcentual del interés (I) generado (calculado como la resta entre valor futuro y valor presente), en función del valor presente o capital inicial (VP).

$$\%i = \frac{I}{VP} = \frac{VF - VP}{VP}$$

Dentro del ámbito de los negocios la tasa de interés es extremadamente importante, ya que representa un valor relativo-porcentual de la utilidad (beneficio o pérdida) en función a la inversión inicial; aspecto importante para comparar ahorros e inversiones independientemente del monto a invertir (suponiendo que el nivel de riesgo sea similar). El siguiente es un ejemplo para diferenciar entre interés y tasa de interés: una persona presta a otra \$ 3000, al cabo de 4 meses recibe \$ 4300. En este caso el VP será de \$ 3000, el VF será de \$ 4300, los intereses serán de \$ 1300 y la tasa de interés será de $1300/3000 = 0,43 = 43,3 \%$.

1.15 Valor presente o valor actual

Este es el valor monetario al momento de inicio de la inversión, siendo el dinero con que se cuenta inicialmente (es decir, en el momento o en cualquier operación financiera o negocio ya sea a nivel de préstamo, ahorro

o inversión). El valor presente también es un reconocido método para la valoración de una inversión o préstamo, llevando los flujos de dinero del período de la inversión (tiempos diferentes) a su valor en el momento 0.

1.16 Plazo

Es el período estipulado como vencimiento para una operación financiera y puede expresarse en días, meses, bimestres, trimestres, cuatrimestres, semestres y años. El plazo normalmente se determina al vencimiento de cada período (t). Hay algunos casos excepcionales en los que se ofrecen compromisos al ‘inicio’ del período; aunque para dichas situaciones particulares se recomienda trabajarlos como al vencimiento, pero del período anterior ($t - 1$): compromisos al inicio del período 1 = compromisos al vencimiento del período 0; compromisos al inicio del período 2 = compromisos al vencimiento del período 1; compromisos al inicio del período 3 = compromisos al vencimiento del período 2; compromisos al inicio del período 4 = compromisos al vencimiento del período 3 y así sucesivamente.

El vencimiento del período 0 se considera el inicio del primer período, que es cuando comienza la obligación financiera; por ende, no existirá nunca el “inicio del período 0”.

1.17 Valor futuro

Es cualquier valor distinto al valor presente durante el período de la operación financiera, por lo general es el valor al final de una operación financiera que incluye los intereses generados en el tiempo. Es importante destacar que el valor futuro (VF) cambiará continuamente y se podrá calcular en cualquier momento en que se desee conocer el equivalente del dinero en el tiempo.

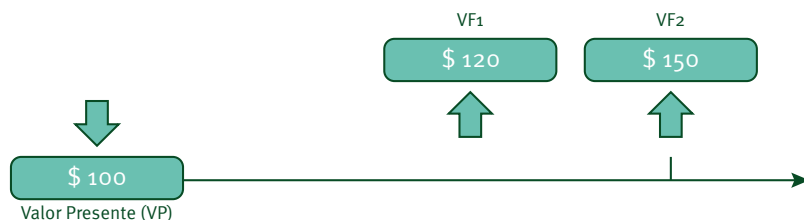


Figura 4. Valor futuro. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Para esta imagen en particular se presenta una inversión en el período o al inicio de la negociación por \$ 100, pero luego se obtiene un retorno de \$ 120 al finalizar el primer período con la posibilidad de generar otro retorno de \$ 150 al finalizar el segundo período. Al final, el inversionista tomará la decisión de ejecutar sus beneficios ya sea en el primero o segundo período.

1.18 Valor del dinero en el tiempo

La base de las matemáticas financieras reconoce que mientras transcurra un tiempo y existan tasas de interés en el mercado, el dinero debe ser valorado para que no pierda su poder adquisitivo; esto quiere decir que una misma cantidad de dinero hoy, por ejemplo \$ 100, no tiene el mismo poder adquisitivo en el futuro.

De lo anterior, entonces, se puede concluir: el dinero sufre una transformación de valor con el paso del tiempo; existen tasas de interés de oferta y demanda de dinero en el mercado que modifican el poder adquisitivo del dinero; dos cantidades iguales en diferentes puntos del tiempo tienen diferente valor.

La concepción del valor de dinero en el tiempo mantiene el dinamismo en la economía global y en los negocios, por ello representa la base de las ciencias económicas y sociales a nivel del libre mercado.

1.19 Diferencia entre porcentaje, puntos porcentuales y puntos básicos

En ocasiones se suele creer que porcentaje es lo mismo que puntos porcentuales y que puntos básicos, sin embargo esta sutil diferencia puede ser muy importante dentro del ámbito de las tasas de interés.

(i) porcentaje es la comparación de dos cantidades, expresado como la proporción de una cantidad respecto a la otra en base 100. Por ejemplo: si las ventas netas a 2018 de X empresa se situaron en \$ 10'000000 y su utilidad neta fue de \$ 500000, se puede deducir que la utilidad neta corresponde al 5 % de las ventas netas ($\% = \$ 500000 / \$ 10000000$).

(ii) El punto porcentual corresponde al incremento o reducción sobre porcentajes preestablecidos. Si la rentabilidad neta es de 10 y 15 % en 2015 y 2016 respectivamente, se identifica un incremento de 5 puntos porcentuales o de 5 puntos. Este punto porcentual puede ser mal informado o mal interpretado al indicar que hubo un aumento del 5 %, en lugar de una variación porcentual del 50 %.

Tabla 2. Diferencia entre porcentaje y puntos porcentuales

Rentabilidad Neta: Nan y JL Corp.				
Rubro/Año	2015	2016	Puntos porcentuales	Var. porcentual (2016/2015)
Rentb. Neta	10,00 %	15,00 %	+5pp	+50,00 %

Fuente: Revilla (2019, p. 3).

Es común obtener una errónea interpretación en el cálculo del porcentaje. En los datos presentados en la tabla anterior se puede mal interpretar estos 5 puntos porcentuales como un 5 %, entendiendo que al calcular los 5pp como el 5 % sobre la rentabilidad del año inicial (2015) se obtendría un 0,5 %; interpretándose erróneamente como un incremento del 0,5 % que no corresponde al resultado establecido. Esto resulta en la toma de decisiones financieras erróneas, afectando el funcionamiento de la

empresa y generando una gestión ineficiente durante el período. Cuando se trate de variaciones entre porcentajes, simplemente se resta el porcentaje final con el inicial y el resultado se expresa en puntos porcentuales. Así, por ejemplo, si un interés del 6 % pasa al 9 % se quiere decir que se ha aumentado en 3pp.

Por otro lado, el punto básico corresponde al 1 % del 1 %. Es utilizado en el cálculo de variaciones pequeñas de interés o rendimiento de activos financieros, bolsa de valores entre otros.

A manera de ejemplo, podemos mencionar que si el Banco Finance Tigers, sube su Tasa Activa de 360 días a Plazo Fijo de 1 % a 1.05 %; esto quiere decir, que ha existido un incremento de Variación Porcentual del 5 % ó 0,05pp ó 5pb. (Revilla, 2019, p. 3)

Para calcular los puntos básicos, simplemente se toman los puntos porcentuales y se multiplican por 100. Por ejemplo: “una tasa de paro que sube del 20 % al 21,5 % ha subido «1,5 puntos porcentuales» o «150 puntos básicos» (ambas formas son equivalentes)” (Blanco Claraco, 2012).

Tabla 3. Tabla referencial de conversión, porcentaje, puntos porcentuales, puntos básicos

Tasa Activa Mes Anterior (a)	Efecto	Tasa Activa Mes Actual (b)	Variación Porcentual (%) (c)	(1) Puntos Porcentuales (d)	(2) Puntos Básicos (e)
a		B	$c = [(b/a) - 1] * 100$	$d = a - b$	$e = d * 100$
1,00 %	Sube a	1,01 %	1,00 %	0,01pp	1pb
1,00 %	Sube a	1,10 %	10,00 %	0,10pp	10 pb
1,00 %	Sube a	1,25 %	25,00 %	0,25pp	25 pb
1,00 %	Sube a	1,50 %	50,00 %	0,50pp	50 pb
1,00 %	Sube a	2,00 %	100,00 %	1pp	100 pb
1,00 %	Sube a	3,00 %	200,00 %	2pp	200 pb

(1) Para calcular se toman valores absolutos.

(2) Centésima de Puntos Porcentuales.

Fuente: Revilla (2019, p. 3).

EJERCICIOS PARA ESTUDIO²

1. Antonio invierte hoy \$ 4'500000 y al final del año recibe \$ 6'800000. Si su tasa de oportunidad es del 2,5 % mensual, ¿hizo un buen negocio?



2. Por medio de un pagaré, una persona se compromete a cancelar después de año y medio un valor de \$ 3'285000. Si la tasa de interés es del 1,5 % mensual (cancelando a tiempo los intereses), ¿cuál es el valor inicial de la obligación? (<https://www.tarefa.co/q/por-medio-de-un-pagare-nos-comprometimos-a-cancelar-despues-de-un-ano-/>).



3. Un inversionista estima que un lote de terreno puede ser negociado dentro de 3,5 años por \$ 85'000000. ¿Cuánto es lo máximo que está dispuesto a pagar hoy, si desea obtener un interés del 18 % semestral?



4. Un inversionista estima que un lote de terreno puede ser negociado dentro de 3,5 años por \$ 85'000000. ¿Cuánto es lo máximo que está dispuesto a pagar hoy, si desea obtener un interés del 18 % semestral cobrando cada período? (<https://www.tarefa.co/q/un-inversionista-estima-que-un-lote-de-terreno-puede-ser-negociado-den/>).



² Se le aclara al lector que en esta sección se presenta una gama de ejercicios de otros autores, los cuales son debidamente referenciados con el fin de respetar los derechos de autor de terceros.

5. ¿En qué momento tener \$ 100000 es equivalente a tener \$ 58740 hoy, a sabiendas de que el dinero rinde al 3 % mensual? (<https://www.coursehero.com/file/p3s7nqe/F-629270-i-25-mensualn-30-meses-P-P-629270-1-0025-30-300000-Esto-quiere-decir/>).



6. Usted quiere invertir \$ 1'000000 a un año en una entidad financiera, la cual le ofrece las siguientes dos opciones para poner su dinero:

Opción 1: invertir en un CDT a un año con una tasa del 24,63 % anual en la que se pagan intereses cada trimestre vencido.

Opción 2: invertir en un CDT a un año con una tasa del 24,14 % anual, que paga el interés mensual vencido.



7. Un asesor financiero le recomienda invertir \$ 500 millones de la siguiente manera: invertir durante 8 meses en un bono que ofrece una tasa cupón de 11 % NTV, los cupones se reinvierten a la misma tasa cupón; luego, durante 5 meses, invertir todo el capital en una cartera colectiva de acciones con una rentabilidad del 8 % EA; por último, depositar todo el capital durante 18 meses en un CDT que le da una tasa de rentabilidad del 4,65 % EA. Con esta información calcular cuánto es el capital logrado por el inversionista.



8. Una letra de \$ 17000 que vence en 10 años es ofrecida por \$ 10000. Estando el dinero al 6 % efectivo anual, ¿cuál será la utilidad o pérdida que se puede producir en la compra de la letra?



9. Una persona quiere comprar una vivienda, para lo que tiene las siguientes opciones: (i) \$ 5000 de contado y \$ 25000 dentro de cinco años; (ii) \$

25000 de contado. Si el dinero puede invertirse al 6 % anual capitalizado trimestralmente, ¿cuál de las opciones es más beneficiosa?



10. Un padre, al nacer su hijo, deposita en un banco la cantidad de \$ 5000. El banco le abona el 12 % nominal anual compuesto trimestralmente. Cinco años más tarde, nace una niña y entonces divide el monto del depósito en dos partes: una de $\frac{3}{10}$ para el hijo y el resto para la hija, ¿qué cantidad tendrá cada uno cuando cumpla 21 años?



11. Al día de hoy se adquiere un electrodoméstico financiado con 18 cuotas mensuales iguales de \$ 250000 cada una, debiendo cancelar la primera cuota dentro de 8 meses. Si la operación financiera se realiza al 3 % trimestral, calcular el valor del electrodoméstico.



12. Ahorra tu dinero conmigo y te pago 2 % de interés mensual y puedes usar tus intereses inmediatamente, ¿cuánto se ganará luego de 3 meses?



13. Ahorra tu dinero conmigo y te pago 2 % de interés mensual, pero NO vas a retirar los intereses sino hasta el final del negocio, ¿cuánto se ganará luego de 3 meses?



14. Bajo el supuesto de que los intereses no son capitalizados (unidos al capital) y que por lo tanto no pueden generar intereses, calcule el valor futuro de una inversión de \$ 7'450000 al 2,3 % mensual simple después de 3 años y medio.



15. Diego solicita un préstamo por \$ 7'000000 a su amigo Antonio, con el compromiso de liquidar mensualmente los intereses y cancelar al final el monto original. Si la tasa de interés es del 7 % mensual y el plazo de 8 meses, ¿cuánto interés terminará pagando durante toda la vida del préstamo?



16. Daniel abrió una cuenta de ahorros con \$ 2'000000 que ofrecía una promoción de tasas de interés del 4 % durante los 6 primeros meses, 3 % durante los 6 meses siguientes y 2 % de ahí en adelante. Si Daniel ha retirado su dinero cada mes durante un total de 18 meses, ¿cuánto dinero habrá retirado por concepto total de intereses?



17. Calcular el interés generado por \$ 8'200000 a 9 meses, con una tasa de interés del 1 % mensual que produce intereses que son pagados y retirados inmediatamente al momento de su generación.



18. Una persona tiene que cancelar en 2 años y medio la suma de \$ 5'175000, si la tasa de interés que se le cobra es del 1,25 % trimestral simple, ¿cuál es el valor inicial de la obligación?



19. ¿Cuánto tiempo tardará una cantidad de dinero en quintuplicarse, si el interés en el que está invertido es del 6 % nominal anual compuesto trimestral? (<https://es.scribd.com/document/461052421/ejercicios-administracion-financiera>).



Capítulo 2

Tasas de interés

“La audacia en los negocios es lo primero, lo segundo y lo tercero” (Thomas Fuller).
“Ganar es no tener miedo a perder” (Robert Kiyosaki).

En cada decisión financiera existe un costo de oportunidad. En finanzas este se entiende como la alternativa de decisión, según el riesgo y rendimiento que se deja de aprovechar por otra alternativa. Es por ello que es tan importante para las decisiones financieras tener un fundamento matemático-racional que sustente la toma de las mejores alternativas (Chu y Agüero, 2014).

En este sentido las tasas de interés tienen un papel fundamental en el cálculo del valor del dinero en el tiempo, estas tasas representan el costo del uso del dinero en un período de tiempo. El valor de las tasas de interés se define en las condiciones contractuales al tener en cuenta la cantidad de dinero, el tiempo y la coyuntura económica (Chu y Agüero, 2014).

2.1 El papel del banco central

El banco central (en Colombia, el Banco de la República) tiene como función diseñar las políticas monetarias que afectan la economía y sus principales

variables de crecimiento, inflación y desempleo; así, los canales de transmisión son aquellos procesos y herramientas que el banco central utiliza para controlar estas variables. El banco central y el sector bancario trabajan en conjunto para controlar los flujos de dinero en la economía mediante canales de transmisión como, por ejemplo, el crédito bancario. Se establecen incrementos-decrecimientos en las tasas de interés de intervención del banco central, las cuales se trasladan a las tasas del mercado tanto de captación como de colocación; el efecto deseado es el descenso o aumento en la demanda de crédito que generan un aumento o reducción en el consumo y la inversión, a la vez que afectan la caída o aumento en la demanda interna y la inflación (Huertas et al., 2005).

Las tasas de interés son uno de los canales de transmisión de mayor relevancia, es por ello que dentro de la literatura económica es también uno de los más discutidos. Por medio de este canal, el banco central impacta la tasa de interés nominal de corto plazo y en caso de precios rígidos afecta la tasa real de corto y largo plazo con la intención de alterar las decisiones de gasto e inversión (Melo y Becerra, 2006).

El canal de la tasa de interés se complementa con el canal de crédito, el cual se relaciona fundamentalmente con el papel del sector bancario en la distribución del dinero en la economía y en la diversidad de los agentes que participan en la demanda de crédito. De acuerdo con este mecanismo de transmisión, los cambios en la política monetaria afectan los estados de las reservas de los bancos y por ello la liquidez dentro del sistema financiero; así, la tasa de interés fluctúa y los efectos se transfieren al resto de la economía (Melo y Becerra, 2006).

Tabla 4. Tasas de interés

Tasas de interés internas	Tasas de interés externas
Tasa de interés promedio mensual ponderado de colocación (total sistema)	<i>Prime Rate</i> , LIBOR y <i>Treasury Bills</i>
Tasa de interés promedio mensual de los certificados de depósito a término (90 días)	Tasas de interés de euromonedas

Tasas de interés internas	Tasas de interés externas
Tasas de interés de los CDT, TES e interbancaria (efectivas anuales)	Tasas de interés de los certificados de depósito a término para las principales monedas
Tasas de interés de los principales activos financieros (captación)	
Tasas de interés activas y pasivas, según intermediario financiero (efectivas anuales)	
Líneas de crédito del sistema financiero (colocaciones)	

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

2.1.1 Tasa de intervención de política monetaria

La tasa de intervención es el principal mecanismo utilizado por un banco central para controlar el flujo de dinero en la economía. Se relaciona con la tasa de interés mínima cobrada a las entidades financieras por los préstamos o la tasa de interés máxima pagada por la recepción de dinero. La modificación de esta tasa de intervención usualmente entra en vigencia a partir del día hábil siguiente a la sesión de la Junta Directiva (Banco de la República, 2020).

2.1.2 Operaciones de mercado abierto

Las operaciones de mercado abierto se ejecutan entre el préstamo o recepción de dinero desde el banco central hacia las entidades financieras a plazos muy cortos (normalmente a 1, 7 y 14 días). Los préstamos son otorgados en sesiones llamadas “subastas de expansión” y la captación de dinero se denomina “subastas de contracción” (Banco de la República, 2020).

2.1.3 Tasa activa o de colocación

La tasa activa o de colocación es cobrada por los intermediarios del sistema financiero (bancos) por los créditos que otorga a los clientes. Estos

créditos contemplan créditos de cartera ordinaria, tarjetas de crédito y créditos con tasa preferencial (Banco de la República, 2020).

2.1.4 Tasa pasiva o de captación

La tasa pasiva o de captación es la tasa de interés que los intermediarios del sistema financiero reconocen a los depositantes de ahorro en sus cuentas a través de mecanismos de captación como los certificados de depósito a término —CDT— según su vencimiento (Banco de la República, 2021).

2.1.5 Intermediación bancaria

Es el papel que cumplen las entidades financieras al momento en que captan dinero de ahorradores, pagando una tasa pasiva y atendiendo la demanda de crédito en la economía, cobrando una tasa activa o de colocación.

2.1.6 Depósitos a término fijo

El depósitos a término fijo —DTF— es un promedio de la tasa de captación de referencia que el Banco de la República calcula y publica al tener en cuenta la tasa de interés de los CDT a 90 días que los bancos, corporaciones y compañías de financiamiento comercial están dispuestos a pagar a los ahorradores (Banco de la República, 2020).

2.1.7 Indicador bancario de referencia

El indicador bancario de referencia —IBR— es una tasa de interés de referencia de corto plazo establecida en pesos colombianos, la cual refleja el precio en que los bancos están dispuestos a ofrecer o captar recursos en el mercado de dinero. Este indicador es calculado a partir de la tasa que los bancos manifiestan al Banco de la República en relación al costo del dinero en la economía (Banco de la República, 2020).

2.1.8 *Overnight* o tasa interbancaria a un día

Una operación *overnight* está relacionada con un depósito interbancario con vencimiento al día siguiente, por ejemplo: el IBR *overnight* será la tasa

interbancaria con la que iniciaría al día siguiente. Esta operación se refiere a una tasa de interés con la cual los intermediarios financieros se prestan recursos entre sí por un día (préstamos *overnight*). El plazo efectivo de los préstamos es de un día, pero puede variar si el préstamo se hace en fines de semana o existen días festivos; el nivel de esta tasa refleja las condiciones de liquidez en el mercado de dinero. La tasa interbancaria a un día —TIB— es calculada por el Banco de la República como el promedio ponderado por monto de estos préstamos interbancarios (Banco de la República, 2020).

2.1.9 *London InterBank Offered Rate*

La *London InterBank Offered Rate* —LIBOR— es una tasa de interés determinada en el mercado de dinero de Londres, es definida de acuerdo con la tasa que se ofrece entre los bancos que operan en ese mercado para depósitos a corto plazo. La tasa LIBOR es usada para definir el precio de algunos instrumentos financieros como, por ejemplo, derivados y futuros (Banco de la República, 2020).

2.1.10 La tasa de los TES

Las tasas de los TES a plazos de 1, 5 y 10 años son extraídas de la curva “cero cupón” de los títulos de deuda pública, denominados en pesos y en UVR. Se calcula a partir de la información de las operaciones ejecutadas y registradas en el Sistema Electrónico de Negociación —SEN— del Banco de la República y la Bolsa de Valores de Colombia en el Mercado Electrónico de Colombia —MEC— (Banco de la República, 2020).

2.1.11 Unidad de valor real

La unidad de valor real —UVR— es una certificación del Banco de la República que expresa el poder adquisitivo, teniendo como base el IPC del mes inmediatamente anterior al mes del inicio del período del cálculo. El UVR es una unidad de cuenta usada para calcular el costo de los créditos de vivienda que le permite a las entidades financieras mantener el poder adquisitivo del dinero prestado (Banco de la República, 2020).

2.1.12 Repos e interbancarios

Este tipo de operación puede definirse como una recompra, ya que una entidad financiera acude al banco central para solicitar un dinero para adquirir un título financiero y luego asume el compromiso de cumplir con el requisito de volver a comprar ese título después de un período fijo que varía de uno a siete días. Aun cuando es un préstamo de emergencia —o tipo de financiamiento rápido— para resolver algo puntual, las condiciones son bastante exigentes porque la devolución es requerida por las entidades financieras a corto plazo; esta modalidad solo está permitida entre bancos y tienen un plazo aproximado de uno a treinta días (Banco de la República, 2020).

2.1.13 Tasa de usura

La tasa de usura es la tasa máxima que se puede cobrar por el uso del dinero, autorizada por la ley, y es fijada con relación a la coyuntura del mercado de dinero y es vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia.

2.2 Aplicación de las tasas de interés

En el caso del interés compuesto, para poder realizar los cálculos que permitan entender el valor del dinero en el tiempo, existen unas variables que se tienen en cuenta y que a la vez determinan la naturaleza de las tasas de interés (figura 5).

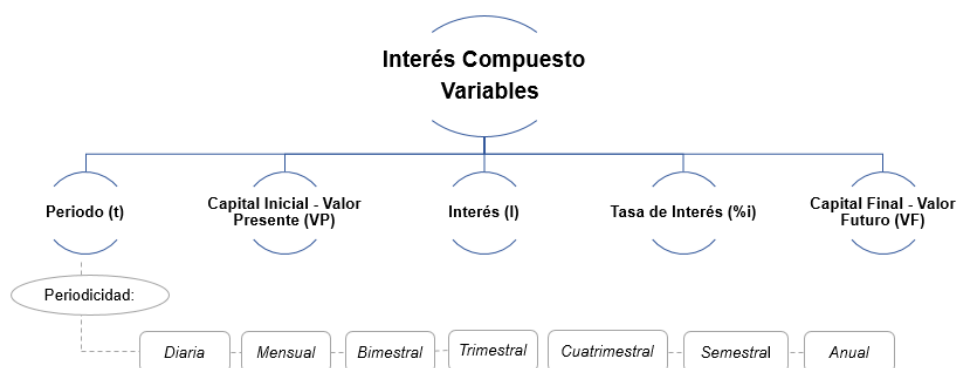


Figura 6. Variables interés compuesto. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

La base del período de las tasas de interés compuesto debe coincidir con el período de capitalización entre los flujos de dinero durante la operación de aplicación; dicho período debe expresarse en las mismas condiciones de la tasa de interés, por ejemplo: un préstamo que se debe pagar dentro de un año con pago de interés mensual, la tasa de interés de la operación es expresada de forma mensual (una tasa de interés del 2 % mensual); esto es lo que se conoce como tasa efectiva periódica.

2.2.1 Capitalización

La liquidación de los intereses representados por la tasa pueden sumarse al capital o calcularse en una cuenta aparte. En el caso de sumarse al capital se dice que existe una capitalización —K—, es decir, el capital inicial se incrementa en cada período en que se cancelan los intereses. En este sentido la capitalización se refiere al proceso mediante el cual una cantidad de dinero aumenta de valor en un período de tiempo y con base a una tasa de interés (Velayo, s.f.).

Tabla 5. Períodos de capitalización

Si la capitalización es	Frecuencia K en un año
Diaria	360/365 días ³
Semanal	52
Mensual	12
Bimestral	6
Trimestral	4
Cuatrimestral	3
Semestral	2
Anual	1

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Es importante resaltar que no es lo mismo decir capitalización ‘bimestral’ (6 veces en un año), a decir ‘bimensual’ (2 veces en un mes o 24 veces en un año).

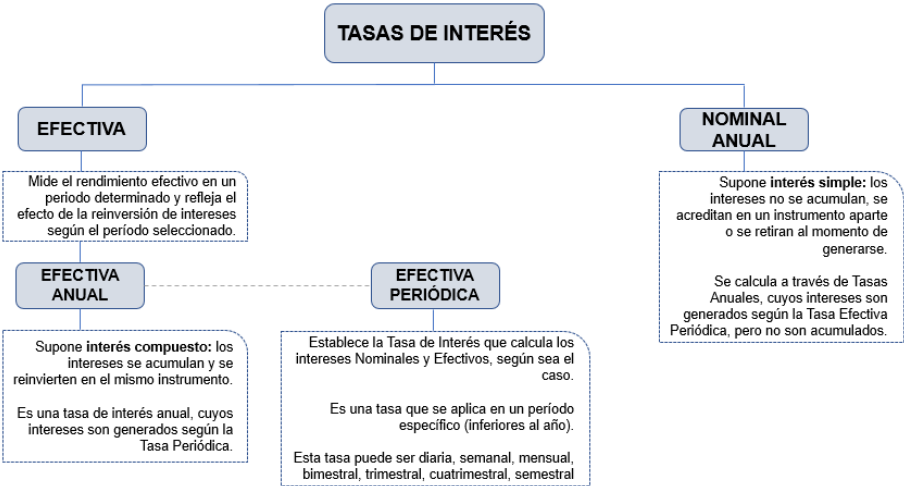


Figura 7. Tasas de interés. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

³ En la denotación del interés comercial se tienen en cuenta 360 días, en el cálculo de los intereses reales se tienen en cuenta 365. También en algunos casos la capitalización diaria se denota en función de los días hábiles, los cuales serían 5 días por las 52 semanas anuales = 260 días; y si quitamos 2 semanas de vacaciones serían 240 días.

2.2.2 Tasa efectiva

La tasa efectiva es el porcentaje del capital que se aplica en el cálculo de los intereses. Dicho de otra manera, se conoce como la tasa de interés que es efectivamente pagada en un período de capitalización o al año. De acuerdo con el Decreto 1229 de 1972, en su artículo 7, se entiende como tasa de interés efectiva a “aquella que, aplicada con periodicidad diferente a un año, de acuerdo con las fórmulas de interés compuesto, produce exactamente el mismo resultado que la tasa anual”.

Las tasas efectivas se pueden denotar, entonces, de manera periódica o anual:

(i) tasa efectiva periódica ($\%i_p$): expresa la tasa de interés ($\%i$) en cada período de pago del interés (I), por ejemplo: 1 % diario; 3 % mensual; 12 % trimestral; 15 % semestral. Esta representa el porcentaje del capital que debe pagarse por su uso según lo pactado cada cierto tiempo. Y depende de la tasa nominal y la frecuencia de capitalización:

$$\%i_p = \frac{\%r}{k}$$

En donde, $\%i_p$ = tasa de interés periódica; $\%r$ = tasa nominal y k = frecuencia de capitalización de los intereses.

Como ya se mencionó, la tasa efectiva genera resultados mediante el interés compuesto y dichos intereses se reinvierten o capitalizan período a período. Para ello veamos un ejemplo, tomando como referencia un capital inicial de \$ 7000 y una tasa del 3 % EM:

Tabla 6. Capitalización de intereses

Período	Valor actual	Intereses	Valor final
1	7000	210	7210
2	7210	216	7426
3	7426	223	7649

Período	Valor actual	Intereses	Valor final
4	7649	229	7879
5	7879	236	8115
6	8115	243	8358

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

(ii) Tasa efectiva anual (EA): es la tasa que representa el interés real generado en un año mediante la capitalización o reinversión de los intereses liquidados en cada período. En un crédito se habla de costo efectivo, mientras que para una inversión sería rentabilidad efectiva. Esta se expresa de la siguiente manera: 12 % EA. Es importante destacar que la EA, es a período vencido (calculada a cierre de año, nunca al inicio).

Para obtener el interés real de operaciones financieras, estas se deben calcular siempre con tasas de interés efectivas. Muchas veces la tasa se expresa en otros términos, lo que se debe hacer en estos casos es convertirla a efectiva según la equivalencia de tasas por medio de una calculadora financiera o incluso en una hoja de cálculo de Excel (García, 2008).

La EA es un referente del sistema financiero al momento de negociar las tasas de interés en algunas operaciones financieras como, por ejemplo, los CDT y créditos; de igual manera para comparar opciones de crédito y rentabilidad, así como para expresar la tasa de usura (Meza, 2017).

Por lo general las tasas de interés efectivas son determinadas a período vencido, en donde los intereses se generan al vencimiento del período; no obstante, en algunas escasas ocasiones, se plantean intereses efectivos calculados al inicio de cada período (es decir, con modalidad anticipada). En este caso, los intereses efectivos anticipados presentan un valor inferior al interés efectivo vencido; su fórmula de equivalencia es:

$$\%i_{\text{anticipado}} = \frac{\%i_{\text{vencido}}}{1 + \%i_{\text{vencido}}}$$

De manera equivalente, si se tiene una tasa de interés efectiva (periódica) anticipada se podrá calcular su equivalente vencida (con la misma periodicidad) a través de la siguiente fórmula:

$$\%i_{vencido} = \frac{\%i_{anticipado}}{1 + \%i_{anticipado}}$$

2.2.3 Tasa nominal

La tasa nominal es la representación anual de la tasa periódica sin capitalización periódica del interés y se calcula mediante la multiplicación de la tasa periódica por el número de períodos, por ejemplo: si tenemos una tasa periódica del 3 % mensual, la tasa nominal será del 36 % (3 % x 12 meses).

Esta tasa no refleja la tasa real de los intereses generados anualmente como lo hace la tasa efectiva, por lo que su resultado siempre va a ser menor dado que no contiene capitalización. La tasa nominal es utilizada solo para expresar el tipo de interés a pagar o cobrar en una operación, esto si los intereses no son capitalizables (se pagan cada período).

La tasa nominal, por lo general, se expresa anualmente y se denota el período de liquidación de los intereses (frecuencia de cálculo). La tasa nominal se compone del valor anual de la tasa, el período de liquidación de los intereses y la modalidad de liquidación de los intereses (vencidos o anticipados) (Meza, 2017).

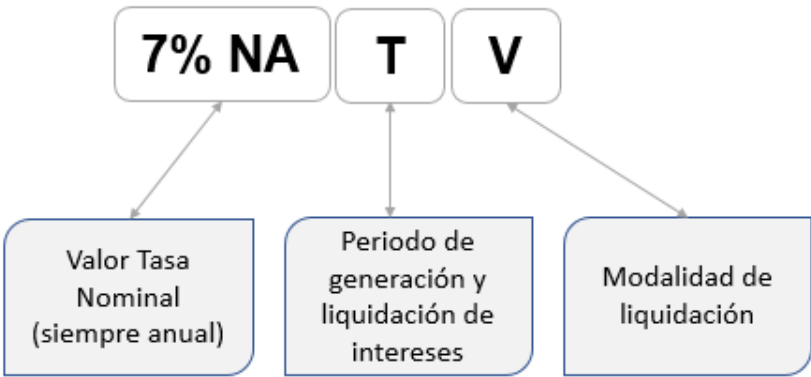


Figura 8. Estructura de la tasa nominal. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Tabla 7. Tasa nominal

Tasa nominal (%r)	Periodicidad para cálculo de Intereses	Nomenclatura
Nominal anual día vencido	Diaria	NADV
Nominal anual mes vencido	Mensual	NAMV
Nominal anual bimestre vencido	Bimestral	NABV
Nominal anual trimestre vencido	Trimestral	NATV
Nominal anual cuatrimestre vencido	Cuatrimstral	NACV
Nominal anual semestre vencido	Semestral	NASV

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

En algunos casos no frecuentes es posible encontrar tasas de interés nominales calculadas con tasas efectivas anticipadas, generando tasas %r cuyo período de pago sería anticipado (por ejemplo, nominal anual semestre anticipado —NASA— y así sucesivamente). Cuando se tenga uno de estos casos especiales, se recomienda encontrar inmediatamente su tasa de interés efectiva equivalente con periodicidad vencida.

En algunos textos de matemáticas financieras las tasas nominales no se encuentran con su nomenclatura en letras, como vimos anteriormente, sino que se expresa en palabras la frecuencia de capitalización. Se debe tener en cuenta que cuando no se expresa si la tasa nominal es anual o semestral se asume anual, por ejemplo: 15 % NAMV indica tasa nominal con base anual e intereses calculados cada mes en dicho año, es decir, 12 veces. De esta manera la fórmula de cálculo es:

$$\%r = \%i_p \times k$$

En donde, $\%r$ = tasa nominal, $\%i_p$ = tasa de interés periódica, k = frecuencia de capitalización de los intereses o número de períodos.

Hay que tener en cuenta que la tasa de interés nominal es una tasa referencial que asume el cálculo de unos intereses periódicos, pero que no son capitalizables en un año debido a que son pagados al momento de generarse (como si fuera interés simple) y que no se reinvierten.

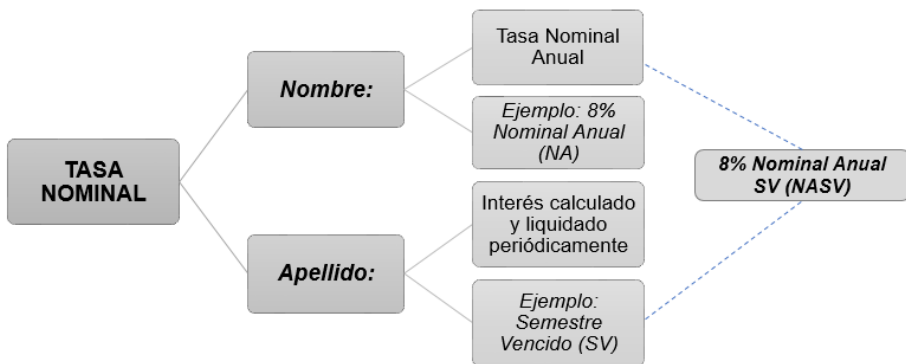


Figura 9. Composición de la tasa nominal. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

2.2.4 Aplicación de la tasa nominal

La tasa de interés nominal es utilizada con frecuencia de forma comunicativa por el público en general, ya que su entendimiento es

más sencillo debido a la ausencia de acumulación de intereses (no hay capitalización de intereses).

En instituciones financieras como los bancos comerciales, las compañías de financiamiento y las corporaciones financieras es común que se utilice la tasa nominal para referirse al interés de operaciones de captación o colocación; en el caso de los créditos se suele indicar la tasa de interés para un período anual, indicando la periodicidad de los intereses (es decir, la parte de la tasa anual que se liquidara en cada período), por ejemplo: 24 % nominal anual con capitalización mensual; 24 % anual con capitalización mensual; 24 % capitalizable mensualmente; 24 % mes vencido. La denotación de la tasa nominal es equivalente, empezando por la primera de una manera más completa (algo así como el nombre completo de una persona); aunque en el lenguaje financiero se busca la simplicidad tal como se puede ver en las demás denotaciones. En estas cuatro formas de expresar el costo de una operación financiera se indica que se pactará una tasa de interés anual del 24 %, pero se liquidará la décimo segunda parte de ella (2 %) al final de cada mes (Meza, 2017).

Aunque la última de las cuatro opciones (24 % mes vencido), representa un supuesto interno en el que se indica que como la “tasa es muy grande” se supone que es nominal; esta suposición es muy común en el ámbito de las finanzas, pero para los autores de este libro se considera un error y un uso excesivo de la simplificación de términos.

Por otro lado es común encontrar en el mercado que las tasas de las operaciones estén referenciadas con el depósito a término fijo —DTF— más unos puntos porcentuales (pp), por ejemplo: DTF + 4 %, siendo el 4 % el margen de intermediación de la entidad financiera (Meza, 2017). Esta tasa es válida, siempre y cuando no exista una capitalización de intereses.

2.2.5 Interés real

El interés real expresa la pérdida del poder adquisitivo debido a la inflación. Se calcula mediante la diferencia entre el tipo de interés nominal

y la tasa de inflación (ecuación de Fisher⁴). El interés real determina la rentabilidad que un inversor espera obtener, teniendo en cuenta diferentes tasas de rendimiento y la incertidumbre de la tasa de inflación, por lo que para cada inversión se genera un tipo de interés real diferente.

$$r_e = \left(\frac{\%ie + 1}{\%inf + 1} \right) - 1$$

De ahí que la ecuación de Fisher determina la ganancia de una inversión descontándole la inflación, por ejemplo: una persona invierte en un CDT con vencimiento a un año, a una tasa de interés del 7 % EA; si se considera la inflación de ese año en un 4 %, el interés real estaría expresado de la siguiente manera:

$$r_e = \left(\frac{0,07 + 1}{0,04 + 1} \right) - 1 = \left(\frac{1,07}{1,04} \right) - 1 = 1,028846 - 1 = 0,028846 = 2,8846 \%$$

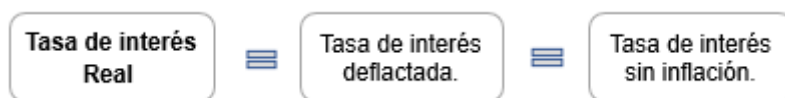


Figura 10. Tasa de interés real. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Al realizar una inversión se puede encontrar, entonces, tres tipos de rendimiento: (i) rendimiento efectivo, el que se espera obtener de la inversión; (ii) rendimiento neto, el resultado de descontar los impuestos a la tasa efectiva; (iii) rendimiento real, el resultado de descontar al rendimiento neto la inflación (Meza, 2017).

⁴ Irving Fisher fue un economista estadounidense en los inicios del siglo XX, quien propuso una ecuación que relacionaba las tasas de interés con la inflación.

2.2.6 Tasa indexada

Este tipo de tasa está determinada según la variación de una tasa básica (BASE) con la suma de un margen fijo (spread) (por ejemplo, el DTF, el IPC y la UVR) (Conceptos Financieros al Día, 2020). Estas tasas son certificadas por el banco central.

$$i_{dx} = (1 + BASE)(1 + spread) - 1$$

Para calcular una tasa indexada⁵, la tasa BASE y el spread deben ser tasas efectivas ya sean periódicas o anuales (Conceptos Financieros al Día, 2020), por ejemplo: para comprender la tasa indexada veamos un caso en el que se ofrezca un aumento salarial del 10,50 % más un ajuste según la inflación anual; si se considera que la inflación del año anterior terminó en 3,5 % EA, el cálculo del incremento salarial final sería de:

$$i_{dx} = (1 + 0,1050)(1 + 0,035) - 1 = 1,143675 - 1 = 0,143675 = 14,3675 \% EA$$

2.2.7 Tasa neta

La tasa neta representa el rendimiento de una inversión después de descontar la tasa de impuestos a la tasa efectiva pactada en la operación financiera. Para determinar la tasa neta se descuenta el impuesto:

$$i_N = i_{RI}(1 - I\%)$$

En donde, i_N = tasa neta efectiva de inversión, i_{RI} = rentabilidad del proyecto de inversión, $I\%$ = tasa de impuestos de la inversión.

⁵ Para mayor información sobre la diferencia de uso entre las tasas indexadas y la suma aritmética de tasas de interés, consultar a Boada y Ossa (2020).

Para calcular la tasa neta, todas las tasas consideradas deben estar en la misma periodicidad de capitalización; veamos un ejemplo: se decide realizar una inversión de \$ 15'000000 en un CDT con vencimiento a un año, a una tasa del 5,5 % EA que paga un impuesto del 7,5 %; la tasa neta efectiva del CDT es de:

$$i_N = 0,055 * (1 - 0,075) = 0,055 * 0,925 = 0,050875 = 5,0875 \%$$

2.3 Equivalencia de tasas

Se dice que las tasas son equivalentes cuando en diferentes expresiones dan como resultado un mismo interés al momento final de la operación, arrojando el mismo valor futuro o la misma tasa efectiva anual. Cuando se habla de “diferentes expresiones”, se hace referencia a que las tasas capitalizan en períodos distintos o que una de ellas es vencida y la otra anticipada (Meza, 2017).

Esto quiere decir que la equivalencia se da cuando a pesar de los diferentes períodos de capitalización el valor futuro es el mismo en la aplicación de dos tasas diferentes (es decir, para una tasa mensual existe una tasa trimestral equivalente). Generalmente existe equivalencia de tasas entre tasas nominales y tasas efectivas dado que en el mercado la indicación de tasas nominales en las operaciones es común, por lo que se hace necesario encontrar la tasa efectiva equivalente que permita calcular la capitalización efectiva de los intereses.

La equivalencia de tasas de interés ocurre cuando al aplicar sobre una inversión una tasa mensual durante un año, produce el mismo valor futuro que aplicar una tasa anual durante el mismo período; es así como se entiende que estas dos tasas (la mensual y la anual) son equivalentes a través de una operación conocida como “equivalencia de intereses” (Meza, 2017).

Al hacer todas las posibles clases de conversiones se debe tener en cuenta las siguientes reglas: (i) una tasa efectiva ya sea periódica o anual nunca se divide⁶; (ii) una tasa nominal solo se divide por su frecuencia de capitalización, aquí se obtendrá una tasa efectiva periódica; (iii) una tasa efectiva periódica solo se multiplica por su frecuencia de capitalización, aquí se obtendrá una tasa nominal.

Para contextualizar un poco más la regla número (i) analicemos el siguiente interrogante: ¿sería posible decir que un 36 % EA es equivalente a un 3 % EM, resultante de la operación 36 %/12? Veamos:

$$F = P(1 + i)^n$$

Si el valor presente es de \$ 100, el horizonte de tiempo es un año y si igualamos ambos valores futuros tenemos:

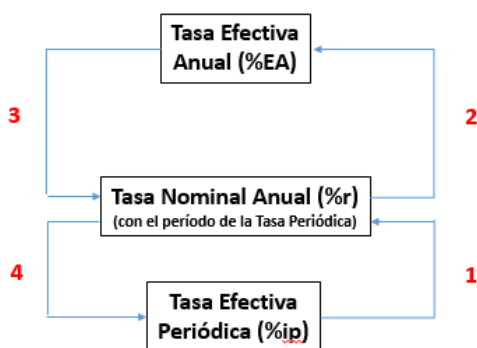
$$F = \$ 100(1 + 3 \%)^{12} \neq F = \$ 100(1 + 36 \%)^1$$
$$\$ 142 \neq \$ 136$$

En casos como este es cuando se hace necesario el modelo de conversiones a tasas equivalentes (Santana, 2016).

Tabla 8. Conversión de tasas equivalentes

	Dada	Hallar
Fórmula 1	Tasa efectiva periódica	Tasa nominal
Fórmula 2	Tasa nominal	Tasa efectiva anual
Fórmula 3	Tasa efectiva anual	Tasa nominal
Fórmula 4	Tasa nominal	Tasa efectiva periódica

⁶ La tasa efectiva no se puede dividir por períodos o fracciones de año, por lo que surge la necesidad de convertir esta tasa a una nominal equivalente que sí se podrá dividir entre los períodos de capitalización; su resultado se conoce como tasa periódica (Trujillo y Martínez, 2016).



$$1. \%r = \%ip \cdot k$$

$$2. \%EA = \left(1 + \frac{\%r}{k}\right)^k - 1$$

$$3. \%r = k \cdot \left[(1 + \%EA)^{\frac{1}{k}} - 1\right]$$

$$4. \%ip = \frac{\%r}{k}$$

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Es así como la equivalencia de tasas de interés se logra manipulando cuatro fórmulas de equivalencia, las cuales se describen detalladamente a continuación:

(i) conversión de tasa efectiva periódica a tasa nominal: la tasa efectiva periódica y la tasa nominal está íntimamente relacionada, ya que reflejan la capitalización periódica de los intereses de una tasa nominal de la siguiente manera:

$$\%r = \%ip \cdot k$$

En donde, $\%r$ = tasa nominal, $\%ip$ = tasa efectiva periódica, k = frecuencia de capitalización de los intereses periódicos.

Al usar esta fórmula se debe recordar la tercera regla de oro, “una tasa efectiva periódica solo se multiplica por su frecuencia de capitalización”.

Por ejemplo, calculemos la tasa nominal anual a partir de un 5 % trimestral: $\%ip = 5$ % trimestral, $k = 4$ trimestres en un año:

$$\%r = 0,05 \cdot 4 = 20\% \text{ NATV}$$

Es importante destacar que esta última fórmula es efectiva, siempre y cuando la periodicidad sea la misma; por ejemplo: si poseo una tasa efectiva periódica mensual, entonces solo se podrá calcular con esta fórmula la tasa nominal con período de capitalización mensual (solo mensual).

(ii) Conversión de tasa nominal a efectiva anual: cuando lo que se requiere conocer es la EA a partir de la nominal, se puede hacer uso de la siguiente relación:

$$EA = \left(1 + \frac{\%r}{k}\right)^k - 1$$

A nivel de Excel es posible utilizar la función financiera =INT.EFECTIVO (tasa nominal anual; número de períodos al año); en donde, EA = tasa efectiva anual, %r = tasa nominal, k = frecuencia de capitalización de los intereses periódicos.

Hay que notar que el término $\frac{\%r}{k}$ se puede reemplazar por %ip, quedando la relación:

$$EA = (1 + \%i_p)^k - 1$$

Por ejemplo, calculemos la tasa efectiva anual a partir de un 36 % NASV: %r = 36 % NASV, k = 2 semestres en un año:

$$EA = \left(1 + \frac{0,36}{2}\right)^2 - 1 = 39,24 \% EA$$

$$EA = INT.EFECTIVO(0,36 ; 2) = 39,24 \% EA$$

(iii) Conversión de tasa efectiva a nominal: cuando se desea conocer una tasa nominal con una liquidación específica de intereses a partir de la efectiva anual:

$$\%r = k \left[(1 + EA)^{\frac{1}{k}} - 1 \right]$$

A nivel de Excel es posible utilizar la función financiera =TASA.NOMINAL (tasa efectiva anual; número de períodos al año); en donde, %r = tasa nominal, k = frecuencia de capitalización de los intereses periódicos, EA = tasa efectiva anual conocida.

Por ejemplo, calculemos la tasa nominal con capitalización cuatrimestral a partir de un 18 % E: AEA = 18 % EA, k = 3 cuatrimestres en un año:

$$\%r = 3 \left[(1 + 0,18)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] = 3 \left[(1,18)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] = 3[1,057 - 1] = 0,1702 = 17,02 \% NACV$$

$$\%r = TASA.NOMINAL(0,18; 3) = 17,02 \% NACV$$

(iv) Conversión de tasa nominal a efectiva periódica: para cerrar el ciclo de conversión de tasas de interés, es posible calcular una tasa efectiva periódica conociendo la tasa de interés nominal correspondiente a su propio período:

$$\%i_p = \frac{\%r}{k}$$

En donde, %i_p = tasa efectiva periódica, k = frecuencia de capitalización de los intereses, : tasa nominal conocida.

Por ejemplo, calculemos la tasa efectiva periódica a partir de un 24 % NABV: %r = 24 % NABV, k = 6 bimestres en un año:

$$\%i_p = \frac{0,24}{6} = 4\% BV$$

Es importante destacar que esta última fórmula es efectiva, siempre y cuando la periodicidad sea la misma; por ejemplo: si poseo una tasa nominal con período de capitalización mensual, entonces solo se podrá calcular con esta fórmula la tasa efectiva periódica mensual (solo mensual).

EJERCICIOS PARA ESTUDIO

1. Calcular la tasa efectiva anual a partir de un 36 % NASV.



2. Calcular la tasa nominal con capitalización cuatrimestral a partir de un 18 % EA.



3. Calcular la tasa anual trimestre vencido de una tasa del 12 % anual mes vencido.



4. Calcular la tasa efectiva anual a partir de un 36 % NASV.



5. Calcular la tasa nominal anual mes vencido a partir de un 4 % trimestral vencida.



6. Calcular la tasa nominal anual a partir de un 6 % trimestral vencida.



7. Una persona pide prestada la cantidad de \$ 500. Luego de 7 años, devuelve \$ 1100. Determine la tasa de interés nominal anual que se le aplicó, si el interés es capitalizado trimestralmente.



8. Un CDT del Banco AV Villas ofrece hoy una rentabilidad del 4,45 % EA sobre una inversión de \$ 50 millones. Hallar la rentabilidad neta para 260 días y 540 días. La retención en la fuente es del 4 %.



9. Una entidad financiera ofrece que, por cualquier monto que se le entregue, devolverá el doble al cabo de 10 años, ¿qué tasa de interés NATV está pagando? (<https://dokumen.tips/documents/matematicas-financiera-2013.html>).



10. Usted desea invertir \$ 1'000000 a un año en una entidad financiera, la cual ofrece dos opciones: (i) invertir en un CDT a un año con una tasa del 24,63 % anual en la que se pagan intereses cada trimestre vencido; (ii) invertir en un CDT a un año con una tasa del 24,14 % anual en el que se paga el interés mes vencido; ¿cuál opción elige?



11. El precio de una casa en 2013 era de \$ 12'400000. Calcule el precio de la casa en 2017, considerando una inflación del 4 % anual.



12. Hace dos años Carlos compró un par de zapatos. Si este mismo tipo de calzado cuesta hoy \$ 150000, ¿cuánto le costaron a Carlos, considerando una tasa de inflación promedio del 4,7 % anual?



13. Una persona guardó bajo el colchón \$ 3'500000 durante los últimos 6 años. Si la tasa de inflación promedio fue del 4,5 %, calcular el poder adquisitivo al día de hoy de ese dinero.



14. Calcular la tasa real de una inversión con rendimiento del 16 % anual efectivo, si la tasa de inflación fue del 7 % anual.



15. Alicia tiene una cuenta de ahorros que pagó el mes pasado una tasa de interés del 6,5 % anual. Si la inflación del mes pasado fue del 1,5 %, calcule la tasa real mensual para ese mes y la tasa anual real efectiva.



16. Calcule la tasa real mensual y la tasa anual efectiva de una inversión cuya tasa nominal capitalizable cada mes fue del 23 % anual y la inflación mensual fue del 2,6 %.



17. Mauro invierte por un año en un CDT que paga una tasa de interés del 6,5 % EA. Si la inflación de ese año es del 4,2 %, ¿cuál es la rentabilidad real que obtiene Mauro? (<https://www.finanzasgy6.com/tasa-de-interes-real-con-inflacion/>).



18. Tu padre, quien ya se pensionó, tramita un crédito con una entidad financiera y te autoriza para descontar de su pensión los pagos mensuales del préstamo que se pacta al DTF + 13,4 % EA. Si hoy la DTF está al 3,5 % EA, calcule la tasa indexada que pagará tu padre.



19. Se firma un contrato para tomar un local en arrendamiento bajo las siguientes condiciones económicas: canon mensual de arrendamiento de \$ 4'500000, el cual incrementará luego de cumplido el primer año en 2,5 % efectivo trimestral + DTF (que es de 4,53 % EA). Calcular la tasa de

interés indexada y el canon de arrendamiento que se pagará a partir del segundo año.



20. Usted firmó un contrato laboral a término indefinido en el que le ofrecen un aumento de salario cumplido el primer año del $\text{IPC} + 3$ puntos. Suponiendo que el índice cerró en $3,8\%$ EA, ¿cuál es la tasa a la que incrementará su salario?



21. ¿Cuál es la tasa de interés indexada para una base del $13,3\%$ efectivo semestral —ES— más un spread de inflación que fue del $4,35\%$ EA al cierre del año?



22. Una entidad financiera le ofrece un crédito de libre inversión a una tasa del 29% EA + DTF que hoy es del $3,49\%$ EA. Calcular la tasa indexada anual que se pagaría.



23. La empresa Expresiones Creativas SAS quiere realizar una inversión en un proyecto para mejorar su productividad. El estudio financiero arroja una tasa de rentabilidad del 18% EA. El gerente financiero quiere conocer cuál es la tasa neta, teniendo en cuenta que la carga impositiva es del $9,5\%$ EA.



24. Tu padre recibió una herencia y decide invertir el dinero en un CDT de la Cooperativa Integrar con vencimiento a dos años. Le ofrecen una rentabilidad del 8% EA y le pide que le ayude a determinar cuál es la rentabilidad neta si la tasa de impuesto es del 3% EA.



25. La tasa impositiva del país para fondos de inversión es del 5,5 % EA y el gobierno decretó una disminución de 2 puntos básicos. Si su fondo de inversión a hoy rinde el 12 % EA, ¿cuál es la tasa neta a partir de ahora?



26. Usted hoy tiene dos *fiducuentas* con diferentes características: la primera rinde en promedio del 8,3 % EA y con pago de impuestos del 3,5 % EA; la segunda tiene rendimientos del 9,4 % y una tasa impositiva del 4,8 %. Calcular la tasa neta de rendimiento para cada inversión y definir cuál de las dos es más conveniente.



27. Este mes recibí ingresos extra por \$ 6'500000 y los voy a invertir en el fondo de empleados de la empresa para la que trabajo, el cual me ofrece un rendimiento del 5 % EA y se aplica una tasa de impuestos del 1,5 % EA. Calcular la tasa neta de la inversión.



Capítulo 3

Interés compuesto acumulativo: acreditación-planes de ahorro

"No es lo que tú tienes, sino como usas lo que tienes lo que marca la diferencia" (Zig Ziglar).

3.1 Interés compuesto

El interés compuesto representa el monto a recibir sobre el saldo de capital más el interés generado o percibido en períodos anteriores (es decir, el interés se ‘capitaliza’ adicionándose al saldo de la deuda o inversión). Entendiendo por ‘capitalización’ la operación de agrupar el interés generado al capital en cada período.

Aquel interés generado que aumenta el capital inicial en períodos definidos, ocasionando un interés adicional que se capitaliza para el siguiente período, es denominado interés compuesto. Así, el interés compuesto se genera sobre el capital inicial y sobre el interés obtenido de ese capital que no se ha retirado durante períodos anteriores.

Al realizar una inversión se puede decidir capitalizar los intereses que genera cada período, por lo que los intereses hacen parte del capital

invertido; siendo este capital mayor que el inicial, generando así un mayor monto en los posteriores intereses; es así como esta capitalización de intereses genera un incremento en el rendimiento de la inversión.

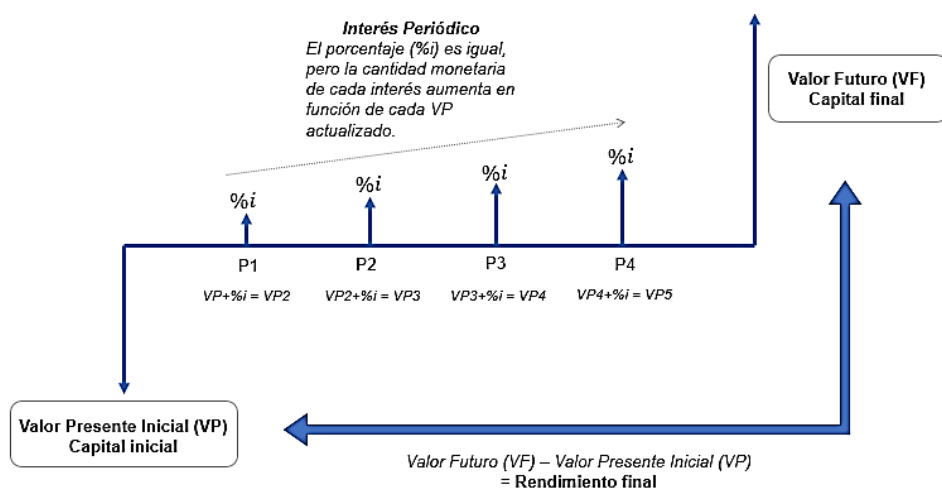


Figura 10. Interés compuesto. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Generalmente se acuerda un período para que el interés sea agregado al capital, el cual recibe el nombre de período de capitalización; por ejemplo: si se tiene un período de capitalización trimestral, esto quiere decir que el interés se capitaliza o se suma al capital al vencimiento de cada trimestre.

Por otro lado el interés se capitaliza cierto número de veces durante el año, a esto se le conoce como frecuencia de capitalización; por ejemplo: la frecuencia de capitalización en una inversión con capitalización de intereses semestral es 2 (Vidaauri, 2017).

3.2 Interés simple, un caso particular del interés compuesto

Cuando los intereses generados periódicamente no se acumulan al capital original se está ante la presencia de un caso particular de interés

compuesto denominado interés simple. En este caso, los intereses no varían en el tiempo dado que el capital inicial no varía y usualmente se gestiona o se administra en una cuenta independiente del capital inicial⁷.

3.2.1 Características del interés simple

Para el caso particular del interés no acumulable al capital o interés simple se tiene que sus características principales son las siguientes:

(i) el interés no varía en el tiempo de los créditos: el interés simple se aplica cuando el deudor paga los intereses de deuda sin realizar abono a capital, por lo que los intereses se mantienen dado que el capital original no varía.

(ii) El interés no varía en el tiempo de los ahorros: el interés generado por un ahorro no varía cuando el ahorrador retira y consume los intereses al momento de su generación (sin dejarlos acumular) o también se presenta cuando la entidad financiera deposita los intereses generados en una cuenta independiente del contrato original (tal como ocurre con los CDT), manteniendo así invariante el capital inicial.

3.2.2 Cálculo del interés simple

Para el caso particular del interés simple, los intereses son calculados (pero no son unificados o capitalizados al capital original); de esta manera el interés generado en cada período se puede sumar, pero no unificar al capital inicial para el período siguiente. Como ejemplo se toma en el valor de inversión P , el VF a una tasa $\%i$ durante ‘ n ’ períodos así:

Tabla 9. Valor futuro de una inversión

Período	Saldo inicial	Interés	Saldo final
0	P	No hay	P
1	P	$P*i$	$P+P*i$
2	P	$P*i + P*i$	$P + 2*P*i$

⁷ Para mayor información sobre este tema, consultar a Boada y Ossa (2020).

Período	Saldo inicial	Interés	Saldo final
3	P	$2 * P * i + P * i$	$P + 3 * P * i$
4	P	$3 * P * i + P * i$	$P + 4 * P * i$
...	...	...	...
n	P	$(n-1) * P * i + P * i$	$P + n * P * i$

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

A partir de la anterior expresión se puede denotar la fórmula para conocer el VF con interés simple (caso particular del interés compuesto):

$$VF = VP * (1 + n. \%i)$$

En donde, VF = valor futuro de capital, VP o VA = valor del capital inicial de la inversión, %i = tasa de interés del período, n = número de períodos o plazo.

Mediante este cálculo se puede estimar el valor futuro de una inversión de un pago único VP, a una tasa de interés %i en 'n' períodos.

Por ejemplo, un empleado recibe un reconocimiento especial en la empresa por la suma de \$ 5'000000. Este decide realizar una inversión de un CDT en el banco a un año por dicha suma con una tasa de interés del 10 % nominal anual con una capitalización semestral de intereses, iniciando el 1 de julio. Esto significa que a los seis meses el inversor recibirá el monto de los intereses generados por el primer semestre. El banco deposita los intereses en una cuanta aparte del CDT, a fin de que no se pueda unificar los intereses con el capital. El inversor quiere saber ¿cuál será el rendimiento de la inversión?

Para dar respuesta a este interrogante se debe conocer el período de la tasa de interés efectiva (recordemos que la tasa de interés nominal no funciona para poder calcular los intereses). Dado que la inversión contratada es por un año se calcularán los intereses dos veces mediante la ecuación de rendimiento.

Datos primer semestre:

Capital inicial (K): \$ 5'000000.

Interés nominal anual: $\%r = 10\%$ NASV, $\%i_p = 5\%$ SV (efectiva semestral).

período en semestres (n): primer semestre.

Rendimiento o interés

*= capital inicial * [(tasa de interés efectiva) * número de períodos]*

$$R = K * [(\%i) * n]$$

$$R = \$ 5'000000 * [(5\%) * 1]$$

$$R = \$ 5'000000 * [0,050]$$

$$\text{Rendimiento primer semestre} = \$ 250000$$

En diciembre 30 (al momento de cierre del primer semestre) tendrá acumulado \$ 250000 de intereses, los cuales se depositarán en otra cuenta para que no se mezclen con el capital inicial; de esta manera el monto inicial de \$ 5'000000 se mantiene. Calculemos de nuevo el rendimiento en el segundo período (segundo semestre).

$$R = K * [(\%i) * n]$$

$$R = \$ 5'000000 * [(5\%) * 1]$$

$$R = \$ 5'000000 * [0,050]$$

$$\text{Rendimiento segundo semestre} = \$ 250000$$

De esta manera el capital final de la inversión será la suma del capital inicial, más el rendimiento de cada período.

$$\text{Capital final inv.} = \text{capital inicial} + \text{Rendim. período 1} + \text{Rendim. período 2}$$

$$\text{Capital final inv.} = \$ 5'000000 + \$ 250000 + \$ 250000$$

$$\text{Capital final inversion} = \$ 5'500000$$

Para ayudar al inversor a calcular más fácil el VF de la inversión con capitalización de intereses se le puede enseñar a simplificar su cálculo mediante la ecuación del interés simple (como caso particular del interés compuesto). Esta fórmula simplifica el cálculo para muchos períodos consecutivos de capitalización.

Datos:

VP = capital inicial: \$ 5'000000.

%i = tasa de interés: %r = 10 % NASV, %i_p = 5 % SV (efectiva semestral).

n = número de períodos: 2 semestre.

$$VF = VP * (1 + n.\%i)$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'000000 * (1 + 2 * 0,05)$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'000000 * (1,10)$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'500000$$

Si el inversor solo quiere saber el rendimiento obtenido, debe restarle al capital final el monto invertido.

$$\text{Rendimiento} = \$ 5'500000 - \$ 5'000000$$

$$\text{Rendimiento} = \$ 500000$$

3.2.3 Características del interés compuesto

Al entrar al mundo general del interés compuesto se encuentra que el sistema económico mundial capitaliza sus beneficios, logrando un sistema acumulativo no lineal que posee ciertas características: la tasa de interés se expresa generalmente como tasa anual, especialmente a través de la EA; el período de capitalización es necesario y requerido; toda tasa de interés compuesto puede ser expresada de forma periódica, denominada tasa de interés efectiva periódica; los capitales varían según los intereses causados y capitalizados en cada período, de esta manera los

intereses se convierten en parte del nuevo capital; el interés compuesto es mayor que el interés simple debido a que con el interés compuesto se ganan intereses sobre los intereses aplicados al capital inicial, todo esto producto de la capitalización (Díaz y Aguilera, 2013); a mayor frecuencia de capitalización se incrementa el interés a recibir. Esta situación la podemos observar en un título bancario que recibe intereses mensualmente y que tiene mayor rendimiento que un título que capitalice semestralmente (Díaz y Aguilera, 2013).

El interés compuesto tiene un crecimiento geométrico, el cual se expresa en una función exponencial mediante una ecuación de una línea curva que representa la fluctuación del incremento. A diferencia del interés simple que es representado por una ecuación de línea recta, donde el incremento es dado por la tasa de interés que tiene crecimiento constante.

Por su parte el cálculo mediante interés simple coincide con el cálculo mediante interés compuesto solo en las siguientes situaciones específicas: (i) si se calculan con base en el primer período. De esta manera no se presenta acumulación o capitalización de intereses, ya que solo dura un período; (ii) si se pagan los intereses en cada período (o se depositan en cuentas separadas), dejando exactamente el monto del capital. De esta manera la base imputable siempre será el capital inicial (no existe acumulación o capitalización de intereses).

3.2.4 Cálculo del interés compuesto

El interés generado en cada período y sumado al capital inicial permite saber el capital futuro de una inversión. Como ejemplo se toma, en el valor de inversión P , el valor en el futuro a una tasa $\%i$ durante ' n ' períodos así:

Tabla 10. Valor futuro de una inversión

Período	Saldo capital	Interés	Saldo final
0	P	$P*i$	$P(1+i)$
1	$P(1+i)$	$P(1+i)*i$	$P(1+i)^2$

Período	Saldo capital	Interés	Saldo final
2	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2 * i$	$P(1+i)^3$
3	$P(1+i)^3$	$P(1+i)^3 * i$	$P(1+i)^4$
...	...	...	...
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} * i$	$P(1+i)^n$

Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

A partir de lo anterior, se puede denotar la fórmula para conocer el VF con interés compuesto:

$$VF = VP * (1 + n. \%i)$$

En donde: VF=valor futuro de capital, VP o VA =valor del capital inicial de la inversión, %i = tasa de interés compuesta del período, n = número de períodos o plazo.

Mediante este cálculo se estima el VF de una inversión de un pago único valor presente, a una tasa %i en n períodos.

A continuación, se presenta el siguiente ejemplo: un empleado recibe un reconocimiento especial en la empresa por la suma de \$ 5’000000. Decide realizar una inversión en el banco a un año por dicha suma con una tasa de interés de 10 % nominal anual con una capitalización semestral de intereses, iniciando el 1 de julio. Esto significa que a los seis meses el inversor recibirá el monto de los intereses generados por el primer semestre. Como el empleado quiere recibir el mayor monto de rendimientos, decide que los intereses generados al finalizar los primeros 6 meses se capitalicen al monto inicial (es decir, se sumen al monto original de la inversión). El inversor quiere saber, ¿cuál será el rendimiento de la inversión?

Para dar respuesta a este interrogante se debe conocer el número de capitalizaciones ocurridas durante el tiempo de la inversión. Dado que la inversión contratada es por un año, se capitalizarán intereses una vez cuando terminen los primeros 6 meses o primer semestre de la inversión.

Se calcula los intereses generados hasta la capitalización en el primer período mediante la ecuación de rendimiento.

Datos:

Capital inicial (K): \$ 5'000000.

Interés nominal anual: %r = 10 % NASV, %i_p = 5 % SV (efectiva semestral).

período en semestres (n): primer semestre.

$$\begin{aligned}
 &\text{Rendimiento o interés} \\
 &= \text{capital inicial} * [(\text{tasa de interés efectiva}) * \text{número de períodos}] \\
 &R = K * [(\%i) * n] \\
 &R = \$ 5'000000 * [(5 \%) * 1] \\
 &R = \$ 5'000000 * [0,050] \\
 &\text{Rendimiento primer semestre} = \$ 250000
 \end{aligned}$$

En diciembre 30 tendrá acumulado \$ 250000 de intereses, los cuales se reinvertirán con la misma tasa de interés del 10 % por los 6 meses que quedan de vencimiento de la inversión. El monto inicial de \$ 5'000000, junto con el acumulado de intereses, será el nuevo monto de capital por \$ 5'250000. Calculemos de nuevo el rendimiento en el segundo período a partir del nuevo capital.

$$\begin{aligned}
 &R = K * [(\%i) * n] \\
 &R = \$ 5'250000 * [(5 \%) * 1] \\
 &R = \$ 5'250000 * [0,050] \\
 &\text{Rendimiento segundo semestre} = \$ 262500
 \end{aligned}$$

El capital final de la inversión será la suma del capital inicial, más el rendimiento de cada período.

$$\text{Capital final inv.} = \text{capital inicial} + \text{Rendim. período 1} + \text{Rendim. período 2}$$

$$\text{Capital final inv.} = \$ 5'000000 + \$ 250000 + \$ 262500$$

$$\text{Capital final inversion} = \$ 5'512500$$

Para ayudar al inversor a calcular más fácil el VF de la inversión con capitalización de intereses se le puede enseñar a simplificar su cálculo mediante la ecuación del interés compuesto. Esta fórmula simplifica el cálculo para muchos períodos consecutivos de capitalización.

Datos:

VP = capital inicial: \$ 5'000000.

%i = tasa de interés: %r = 10 % NASV, %i_p = 5 % SV (efectiva semestral).

n = número de períodos: 2 semestre.

$$VF = VP * (1 + \%i)^n$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'000000 * (1 + 0,05)^2$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'000000 * (1,10)^2$$

$$VF = \text{capital final} = \$ 5'512500$$

Si el inversor solo quiere saber el rendimiento obtenido, debe restarle al capital final el monto invertido.

$$\text{Rendimiento} = \$ 5'512500 - \$ 5'000000$$

$$\text{Rendimiento} = \$ 512500$$

3.2.5 Importancia de conocer el período de capitalización en una tasa de interés nominal

En términos de efectuar una inversión, el conocer la ventaja del interés compuesto sobre el rendimiento es algo absolutamente necesario. Según sea el período de capitalización, una inversión puede aumentar aún más el capital invertido dado que se suman y se capitalizan los intereses

generados; lo anterior, conlleva a un incremento indirecto del rendimiento producto de esta “capitalización temprana” de los intereses.

Como ejemplo se realizara la comparación de una inversión:

Tabla 11. Tabla de comparación de inversión

	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Capital inicial	\$ 10000	\$ 10000	\$ 10000
Número de períodos en el año	1	2	12
Tasa de interés nominal	10 % anual (EA)	10 % NASV	10 % NAMV
Tasa de interés efectiva periódica	%i = 10 % EA	%i = 5 % SV	%i = 0,833 % MV
Fórmula			
Capital total	\$ 11000	\$ 11025	\$ 11047,13
Rendimiento	\$ 1000	\$ 1025	\$ 1047,13

Fuente: García (2008).

Según García (2008), el tercer tipo de inversión genera mayor rendimiento al aumentar el número de capitalizaciones. A su vez, para el mismo autor, esta inversión “con una tasa de interés del 10 %, con una capitalización diaria, tendrá un rendimiento superior a la inversión con capital mensual”.

Para comprender el cálculo del interés compuesto se podría analizar: ¿cuánto dinero se acumulará al final de seis meses, si se realiza una inversión de \$ 1'000000 en una entidad bancaria por 6 meses con una tasa de interés del 5 % mensual?

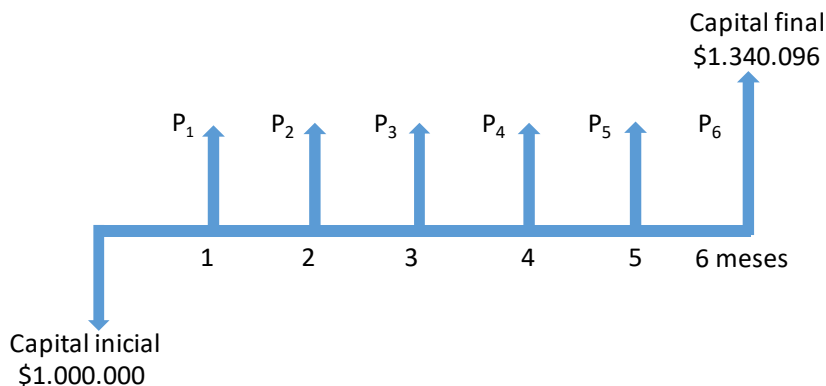


Figura 11. Representación línea de tiempo del VF. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Período $VF_0 = \text{capital inicial} + (\text{capital} \times \text{interes}) = \text{valor final del período}$

P₁ $VF_1 = \$1'000000 + (\$1'000000 \times 5\%) = \$1'050000$

P₂ $VF_2 = \$1'050000 + (\$1'050000 \times 5\%) = \$1'102500$

P₃ $VF_3 = \$1'102500 + (\$1'102500 \times 5\%) = \$1'157625$

P₄ $VF_4 = \$1'157625 + (\$1'157625 \times 5\%) = \$1'215506$

P₅ $VF_5 = \$1'215506 + (\$1'215506 \times 5\%) = \$1'276282$

P₆ $VF_6 = \$1'276282 + (\$1'276282 \times 5\%) = \$1'340096$

Para el período 6 se tendrá acumulado \$ 1'340096. Este valor puede calcularse de forma más sencilla, teniendo en cuenta la siguiente fórmula:

$$VF = \text{capital} (1 + \text{interes})^{\text{número de períodos}}$$

$$VF = VP * (1 + \%i)^n$$

$$VF = \$1'000000 (1 + 5\%)^6$$

$$VF = \$1'000000 (1 + 0,05)^6$$

$$VF = \$1'340096$$

Es posible comprender así, que un capital inicial de \$ 1'000000 es equivalente a \$ 1'340096 al final del período de 6 meses con un interés del 5 % mensual; al considerar que el interés causado cada mes se capitaliza o, dicho de otra forma, se reinvierte junto al capital inicial con la misma tasa de interés.

Así pues, se puede definir como meta u objetivo el obtener una suma de dinero en una fecha futura con una tasa de interés a partir de una inversión. Lo anterior, se analiza con el siguiente ejemplo: una persona desea invertir el día de hoy una suma de dinero tal que luego de año y medio pueda disponer de \$ 3'300000, ¿cuál sería la suma de dinero que se requiere invertir si la tasa de interés compuesto es del 1,2 % trimestral?

Datos:

$$VF = \$ 3'300000.$$

$$\%i = 1,2 \% \text{ trimestral.}$$

$$n = 1,5 \text{ años.}$$

Como la tasa es trimestral, se convierte el período definido en años a trimestres: si un año equivale a 4 trimestres, entonces ¿1,5 años a cuántos trimestres equivalen? Si,

$$\begin{aligned} 1 \text{ año} &\rightarrow 4 \text{ trimestres} \\ 1,5 \text{ años} &\rightarrow x \text{ trimestres} \\ x &= 6 \text{ trimestres} \end{aligned}$$

Con los datos consistentes, se calcula el valor necesario para la inversión:

$$VF = VP * (1 + \%i)^n$$

Como lo que se desea es determinar el valor presente —VP— para ello se debe despejar la fórmula anterior, la cual quedaría de la siguiente manera:

$$VP = \frac{VF}{(1 + \%i)^n}$$

$$VP = \frac{3'300000}{(1 + 1,2\ \%)^6} = 3'072068,29$$

Al final, la suma de dinero que se requiere para invertir con una tasa de interés compuesto del 1,2 % trimestral sería de \$ 3'072068,29.

EJERCICIOS PARA ESTUDIO

1. Blanca Elena abre una cuenta de ahorros con \$ 200000 y hace los siguientes depósitos que le reconocen una tasa del 1 % mensual: \$ 500000 dentro de 5 meses; \$ 800000 dentro de 7 meses y \$ 1'000000 dentro de 10 meses. Calcular: (i) saldo de la cuenta al final de año; (ii) el valor de un depósito único en el día de hoy para tener el mismo saldo al final del año (<https://www.coursehero.com/file/41285796/EJERCICIOS-DE-MATEMATICAS-FINANCIERA-SEGdocx/>).



2. Calcular el valor de los depósitos semestrales iguales, que son necesarios en una cuenta de ahorros que paga el 30 % NASV, para tener en 5 años un capital de \$ 19'560000. Además, ¿cuál es el saldo en el semestre 5?, ¿cuáles son los intereses del semestre 9?



3. El papá de un niño de 12 años empieza a ahorrar para que su hijo pueda estudiar una carrera universitaria. Planea depositar \$ 250000 en una cuenta de ahorros al final de cada mes durante los próximos 5 años. Si la tasa de interés es del 20 % NASV, ¿cuál será el monto de la cuenta al cabo de 5 años?



4. ¿Cuál es el valor presente de \$ 600000 depositados en una cuenta al final de cada trimestre durante 4 años, si la tasa de interés es del 20 % NAMV? (<https://www.docsity.com/es/ejercicios-resueltos-611-1/4936680/>).



5. Una familia desea empezar a ahorrar para realizar un viaje a San Andrés y planea realizarlo dentro de dos años. Con este fin depositan \$ 260000 cada mes en una cuenta que genera intereses a una tasa del 18 % NATV. Obtenga el monto al final de los dos años (<https://www.docsity.com/es/ejercicios-resueltos-611-1/4936680/>).



6. Una persona depositó \$ 300000 al final de cada trimestre durante 3 años. Si no realizó ningún retiro en todo ese tiempo y su banco le abonaba el 20 % NASV, ¿cuál es el monto de la cuenta al final del período? (<https://www.docsity.com/es/ejercicios-resueltos-611-1/4936680/>).



7. Cada trimestre el señor García deposita \$ 320000 en su cuenta de ahorros, la cual gana un interés del 3,8 % trimestral. Después de tres años, el señor García suspende los depósitos trimestrales y el monto obtenido en ese momento pasa a un fondo de inversión que da el 22 % NABV. Si el dinero permaneció 2 años en el fondo de inversión, obtenga el monto final que debe tener el señor García (<https://www.docsity.com/es/ejercicios-resueltos-611-1/4936680/>).



8. Alfonso va a ahorrar \$ 500000 mensuales a partir de enero de 2019 en una cuenta en el Banco de Medellín que le otorga el 0,5 % efectivo mensual de intereses, ¿cuánto dinero tendrá ahorrado al final de diciembre del año 2019?



9. Dayana desea abrir una cuenta de ahorros programada para tener \$ 10'000000 en 3 años, para lograrlo pactó depositar al principio de cada bimestre una cuota A. Si el banco le paga una tasa de interés del 4 %

bimestral vencida sobre saldos, ¿cuál será el valor de la cuota vencida que debe pagar Dayana?



10. Una familia desea adquirir una vivienda dentro de tres años y deben pagar una cuota inicial de \$ 30'000000, por lo que deciden entonces ahorrar en una entidad financiera una cuota mensual que les rinde 2 % efectivo mensual. ¿Cuál es la cuota que deben ahorrar?



11. Una persona desea ahorrar durante 20 años para su jubilación con depósitos anuales. La primera cuota es de \$ 10'000000 y se incrementa en 5 % cada año para mitigar el efecto de la inflación. El ahorro lo realiza en una entidad bancaria que le reconoce el 9 % EA, ¿cuánto tendrá al final para su jubilación?



12. Una persona realiza un ahorro de \$ 550000 mensuales durante un año con el fin de comprar un vehículo de baja gama para transportarse al trabajo, el vehículo cuesta \$ 12'000000. En el noveno mes de su ahorro se gana un chance por \$ 2'000000 y decide ahorrarlos también. El ahorro lo realiza en una cooperativa. ¿Cuál es la tasa de ahorro que debe escoger si desea tener al término del año el dinero para el vehículo?



13. ¿Cuánto será el valor acumulado al final de 36 meses si se hacen depósitos mensuales anticipados en el primer año por \$ 200000? Los depósitos se incrementan en un 10 % anual y se invierten en una entidad financiera que reconoce un interés del 29,5 % NABV.



14. Si Lina deposita \$ 60000 cada fin de mes durante un año en una cuenta de ahorros con una entidad que reconoce el 2 % mensual, ¿cuánto dinero tendrá acumulado al final de este tiempo?



15. Un padre de familia inicia una cuenta de ahorros con \$ 1'000000 en una entidad bancaria que le paga una tasa de interés del 3 % mensual. Cada fin de mes deposita \$ 400000 durante 12 meses. Si al final del sexto mes hace un depósito extra de \$ 4'000000, calcular el valor acumulado a fin de año (<https://www.coursehero.com/file/p359r2b/9Un-padre-de-familia-inicia-una-cuenta-de-ahorros-con-500000-en-una-entidad/>).



16. ¿Cuánto será el valor acumulado al final de 2 años, si se hacen depósitos mensuales anticipados por la suma de \$ 200000? Los depósitos se incrementan en un 2 % mensual y se invierten en una entidad financiera que reconoce un interés del 29,5 % NABV.



17. Si se pretende comprar un vehículo dentro de un año y se sabe que su valor será de \$ 23'000000, ¿cuál es el valor que se debe ahorrar mensualmente en un banco que paga un interés mensual del 1,8 %?



18. La empresa Copelia desea constituir un fondo de amortización de \$ 35'000000 en 4 años mediante depósitos semestrales iguales, el primero con vencimiento en 6 meses. Considerando una tasa de interés del 5 % anual capitalizable semestralmente, ¿cuál es el valor del depósito semestral? Elaborar la tabla del fondo de amortización correspondiente.



19. Una empresa requiere constituir un fondo de amortización de \$ 1000'000000 en 4 años mediante depósitos trimestrales con el propósito de invertir en nuevos espacios para oficinas. Si se considera una tasa de interés del 15 % anual capitalizable trimestralmente, ¿cuál será el valor acumulado inmediatamente después de haber realizado el depósito 14?



20. ¿Cuál es el valor acumulado al final de 3 años, si se hacen depósitos mensuales el primer año por la suma de \$ 200000? Los depósitos se incrementan en un 10 % anual y se invierte en una entidad financiera que reconoce un interés del 29,5 % NABV.



21. Se desea acumular \$ 20000 a un plazo de 3 años en una cuenta de ahorros que paga el 12 % anual capitalizable semestralmente. Calcule el valor de los depósitos semestrales y elabore el fondo de acreditación.



22. Marta quiere que su hijo recién nacido tenga asegurados sus estudios, por lo que decidió realizar un ahorro mensual durante 18 años; la entidad financiera le ofrece un rendimiento del 7 % anual, ¿cuál es el valor total, teniendo en cuenta que las cuotas mensuales son de \$ 300000?



23. Elabore una tabla de acreditación de un plan de ahorros para comprar un carro de \$ 45'000000 en 1 año con una cooperativa que le ofrece un interés del 9 % EA, ¿cuál es el monto que debe ahorrar mensualmente?



24. ¿Cuánto tendría al final de 3 años una persona que decide ahorrar \$ 1'600000 cada mes en un banco que le otorga una tasa del 16 % SV?



25. Una persona deposita \$ 4'600000 cada semestre en un banco que garantiza un interés del 30 % NABV, ¿qué importe recibe la persona al cabo de 15 años?



26. ¿Cuál será el monto final acumulado en una cuenta que paga el 29 % anual compuesto mensualmente, si usted realiza depósitos anuales de \$ 100000 al final de cada uno de los próximos tres años?; ¿cuál será el valor equivalente a precios de hoy?



27. Si una persona deposita al final de cada mes \$ 100 al 2 % de interés mensual durante 5 meses, ¿cuánto retirará al final del quinto mes?



28. Se depositan \$ 800 al final de cada mes durante dos años en un banco que abona el 18 % anual capitalizable mensualmente. Hallar el valor presente de dicha planificación (<https://www.solocontabilidad.com/problemas-ejercicios/anualidades-simples-ordinarias-1>).



29. Si se depositan \$ 250 al principio de cada año, ¿cuánto tendrá al final de 8 años, si el banco le reconoce una tasa de interés del 3 % anual?



30. Un padre de familia inicia una cuenta de ahorros con \$ 1'000000 en una entidad bancaria que le paga una tasa de interés del 3 % mensual. Cada fin de mes deposita \$ 200000 durante 12 meses. Si al final del sexto mes hace un depósito extra de \$ 3'000000, calcular el valor acumulado al final de año.



31. Cada mes el señor García deposita \$ 1'500000 en su cuenta de ahorros, la cual gana un interés del 6 % EA. Después de tres años, suspende los depósitos y el monto obtenido en ese momento pasa a un fondo de inversión que le da el 8 % EA. Si el dinero permaneció dos años en el fondo de inversión, obtenga el monto final (<https://www.docsity.com/es/ejercicios-resueltos-611-1/4936680/>).



32. En una fábrica se necesitará reponer un equipo en el futuro, por lo que la administración de la empresa decide establecer un fondo de ahorro mensual. El equipo cuesta hoy \$ 100 millones y aumenta su precio a una tasa de inflación del 5 % anual. ¿Cuánto se debe depositar al final de cada mes en una cuenta que paga un 5 % EA para obtener los fondos requeridos para comprar el equipo en 5 años?



33. Quiero comprar una casa cuyo costo es de \$ 200 millones. Asumiendo que por motivos de inflación la casa aumente de valor en un 5 % anual: ¿cuál será el valor de la casa en 2 años? Además, si tengo ahorrados \$ 10 millones en una cuenta que me paga una rentabilidad del 1 % mensual y realizo depósitos mensuales de \$ 2 millones durante 2 años, ¿cuánto dinero tendré ahorrado al final?, ¿cuál debe ser el valor del depósito final para completar el valor de la casa?



34. Un capital de \$ 10000 se acumula durante 30 años. El interés durante los primeros 10 años es del 5 % EA, durante los 10 años siguientes es del 6 % EA y los últimos 10 años es del 7 % EA. ¿Cuánto capital tendrá al finalizar el tiempo?



Capítulo 4

Interés compuesto con pagos: amortización de préstamos

“Un banco es un lugar que te presta dinero si puedes probar que no lo necesitas” (Bob Hope).

4.1 Acreditación frente a la amortización

Los sistemas de acreditación, determinados por los planes de ahorro, presentan una clara diferencia en función a la amortización de préstamos. Si bien ambos presentan cálculos bajo el dominio de la estructura del interés compuesto (con las mismas fórmulas), los sistemas de acreditación hacen énfasis sobre los planes de ahorro en los que el interés compuesto es bastante beneficioso dado que los intereses se unifican al capital (se capitalizan) y por lo tanto generan un impulso creciente a la acumulación de capital en el tiempo. Mientras que los planes de amortización de préstamos bajo interés compuesto se comportan de forma similar al interés simple, desde que se realicen estrategias de pago al momento de generar el interés correspondiente y se cumpla efectivamente la amortización paulatina del monto adeudado en el tiempo; sin embargo cuando no se realiza la

amortización respectiva, los intereses de deuda se capitalizan y generan un crecimiento del monto adeudado.

Es importante destacar que en la solicitud y cumplimiento de préstamos —cuando no se realiza amortización efectiva— se presenta dentro del ámbito del interés compuesto una situación altamente desfavorable para el responsable del préstamo dado que los intereses son capitalizados según la frecuencia de capitalización originalmente pactada, impulsando de forma importante la cantidad adeudada —la cual resulta considerable, especialmente al inicio del período del préstamo—.

El interés compuesto en la amortización tiene características similares que en la acreditación: la tasa de interés se expresa generalmente como tasa anual; puede indicarse el período de capitalización, si es requerido; la tasa de interés compuesto debe expresar su período de capitalización, por ejemplo: no debe decirse solo 5 % sino 5 % con capitalización anual (5 % efectivo anual), en caso de tasas periódicas no debe decirse solo 5 % mensual sino 5 % efectivo mensual; el monto inicial del préstamo varía con los intereses causados y no pagados dado que serán capitalizados en cada período, convirtiéndose en parte del monto adeudado; la tasa de interés se aplica sobre el monto adeudado, el cual es diferente durante el período de capitalización (Meza, 2017). Es decir que la tasa de interés es aplicada sobre un capital que varía en cada período con cada pago amortizado al préstamo, el cual será menor si se ha pagado a tiempo y no se han causado intereses adicionales sobre el préstamo; el interés compuesto es mayor que el interés simple, ya que con el interés compuesto los intereses se unifican al capital en el momento de su generación y originan un nuevo capital que generará una mayor cantidad de interés (a pesar de mantener la misma tasa). Esto dará una apariencia de causar “intereses sobre los intereses” aplicados al monto del capital inicial. Claro está, que esto se presenta cuando no se hace amortización efectiva (o pago de la cuota) (Díaz, 2013); el cálculo mediante interés simple, coincide con el cálculo mediante interés compuesto solo en las siguientes situaciones específicas: (i) si se calculan con base en un período. De esta manera no se presenta acumulación o capitalización de intereses, ya que solo dura un período;

(ii) si se pagan los intereses en cada período, dejando exactamente el monto del capital. De esta manera la base imputable siempre será el capital inicial (no existe acumulación o capitalización de intereses).

4.2 Tipos de amortización

Al momento de concertar un crédito con cualquier entidad financiera es usual pactar una estructura de pago, así como una tasa de interés con su respectivo momento de capitalización y un número definido de períodos.

Usualmente el tipo de amortización más utilizado corresponde a la parte de series, la cual hace referencia a un conjunto de pagos periódicos realizados mediante un determinado patrón cuya cuota puede incluir o no los intereses. Es así como se expone a continuación una estructura de los préstamos y sus múltiples tipos de pagos y amortizaciones⁸.

4.2.1 Series uniformes

En las series uniformes, también llamadas ‘anualidades’, tanto el capital como los intereses del préstamo o inversión se pagan con cuotas exactamente iguales en cada período y estas pueden ser al inicio o al final del mismo. Los pagos pueden darse de manera mensual, bimestral, trimestral y así sucesivamente, y no necesariamente de forma ‘anual’ como puede dar a entender el nombre de la serie.

Este tipo de acuerdo de pago es aplicado para calcular las cuotas de los préstamos relacionados, por ejemplo, con hipotecas y en los concesionarios para la compra de vehículos. En definitiva, el uso de la serie es multifuncional. Por tanto, requiere que el personal administrativo esté lo suficientemente preparado para manejar los cálculos y aplicar los resultados según sea el tipo de préstamo; lo anterior, con la finalidad de

⁸ En diversos libros sobre matemáticas financieras existen una variedad de fórmulas para calcular el monto de las cuotas; no obstante, en este texto, las modalidades de pago se plantearán como tablas de amortización (las cuales se podrán realizar a través de cualquier hoja de cálculo como, por ejemplo, Excel).

contemplar dentro de la cuota la correcta combinación entre interés y amortización de capital.

En esta forma de pago, la cuota incluye la fracción de los intereses (cuya tasa es constante) y a la vez el monto del capital para amortizar. A pesar de que la cuota sea constante en este tipo de amortización, la fracción correspondiente a los intereses y la fracción correspondiente a la amortización de capital cambiarán con cada cuota (al inicio la fracción de los intereses superará a la de amortización de capital, pero para los últimos pagos la fracción se invertirá).

Cuando estas cuotas son iguales es lo que se conoce como ‘anualidades’ y se simbolizan con una ‘A’, las cuales se pueden determinar conociendo ya sea el valor presente (por ejemplo, el valor del desembolso de un préstamo) o su valor futuro.

Un caso típico de una serie uniforme es un préstamo en un banco, donde el prestatario tiene que pagar cada mes una cuota igual. El valor de dicha cuota dependerá entonces del monto o valor total del préstamo (valor presente), de la tasa de interés y del plazo dividido en períodos iguales. Este pago o A se puede realizar al inicio o al final de cada período, es decir que las cuotas pueden ser anticipadas (al inicio del período) o vencidas (al fin del período).

(i) Para el caso de series uniformes o anualidades a vencimiento:

A: cuota periódica a pagar según la anualidad (esta cuota incluye la fracción de intereses y de amortización de capital).

VP: valor presente de la serie (préstamo a recibir).

%i: tasa de interés efectiva periódica.

n: plazo (cuyos períodos deben coincidir con la periodicidad de la tasa de interés).

Período de pago: tiempo que transcurre entre dos pagos sucesivos.

Plazo de la anualidad: tiempo que transcurre entre el primer período de pago y el último.

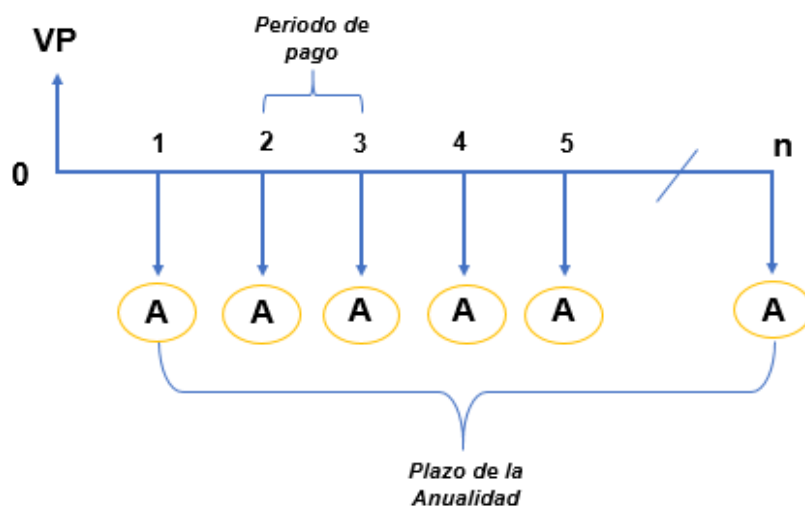


Figura 12. Anualidades. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Hay que tener en cuenta que el valor presente de una serie uniforme vencida queda antes de la primera cuota de A.

Para hallar el VF de una A vencida se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$VF = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

Y para hallar el valor presente de una A vencida se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

(ii) Para el caso de series uniformes o anualidades de forma anticipada: en la serie uniforme anticipada el préstamo o inversión se paga con cuotas exactamente iguales, pero al inicio de cada período. Para ello imaginémonos el arriendo de un apartamento cuya cuota se paga al inicio de cada mes y no al final. En la serie uniforme anticipada es importante

resaltar que la tasa de interés es vencida, al igual que se ha utilizado en la serie uniforme ordinaria⁹.

A: cuota periódica a pagar según la anualidad (esta cuota incluye la fracción de intereses y de amortización de capital).

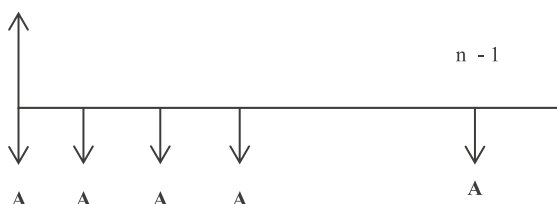
VP: valor presente de la serie (préstamo a recibir).

%i: tasa de interés efectiva periódica.

n: plazo (cuyos períodos deben coincidir con la periodicidad de la tasa de interés).

VP

n



Hay que tener en cuenta que el valor presente de una serie uniforme anticipada coincide con la primera cuota de la serie.

Para hallar el VF de una A anticipada se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

Y para hallar el valor presente de una A anticipada se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)$$

⁹ Una serie uniforme anticipada no supone una tasa de interés anticipada.

4.2.2 Series proporcionalmente variables: gradiente lineal o aritmético

En la serie gradiente el préstamo o inversión se paga con cuotas que se incrementan en una cantidad constante 'G', por lo que se dice que su incremento es lineal o aritmético.

Se llama gradiente lineal a la serie de pagos en la que cada cuota es igual a la anterior aumentada o disminuida en una cantidad constante en unidades monetarias, se simboliza con la letra G, comenzando con una primera cuota que denominaremos A_1 .

A_1 : primera cuota de una serie gradiente (esta cuota incluye la fracción de intereses y de amortización de capital).

G: variación constante en unidades monetarias de una serie en cada período. Esta variación 'G' puede ser positiva o negativa según su monto para acreditar o para penalizar.

VP: valor presente de la serie (préstamo a recibir).

%i: tasa de interés efectiva periódica.

n: plazo (cuyos períodos deben coincidir con la periodicidad de la tasa de interés).

Cuando el cambio o variación constante es positiva se llama gradiente aritmético creciente, mientras que cuando es negativa se denomina gradiente aritmético decreciente.

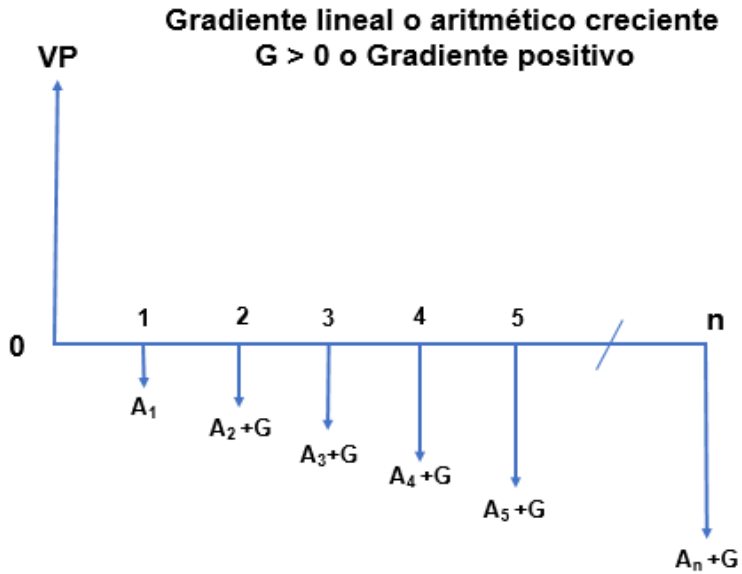


Figura 13. Gradiente lineal creciente. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

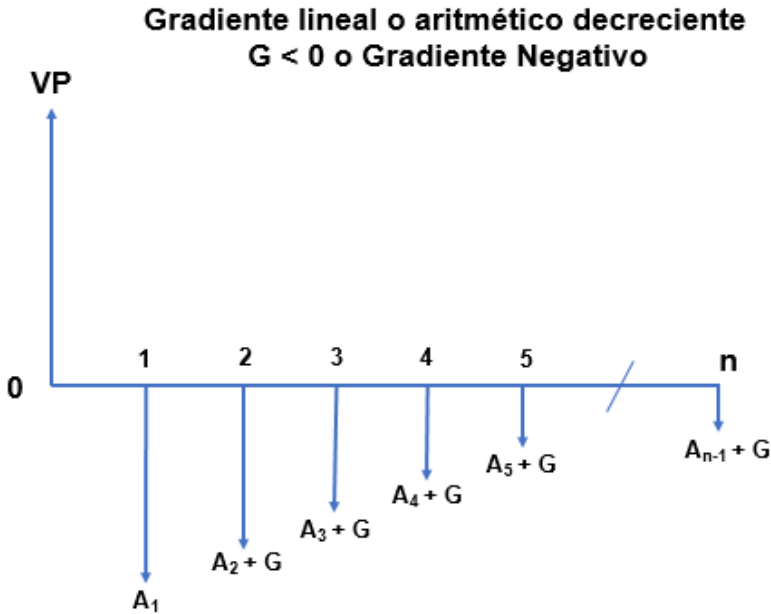


Figura 14. Gradiente lineal negativo. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

4.2.3 Series proporcionalmente variables: gradiente porcentual o geométrico

En la serie gradiente porcentual o geométrico, el préstamo o inversión se paga con cuotas que se incrementan en un porcentaje $\%i_g$ cuyo incremento o caída es geométrico o porcentual.

Cuando la serie del préstamo o inversión crece o decrece en un porcentaje (%), que se simbolizara como una tasa $\%i_g$, igual para cada período, se denomina serie gradiente porcentual.

A_1 : primera cuota de una serie gradiente (esta cuota incluye la fracción de intereses y de amortización de capital).

$\%i_g$: variación porcentual de una serie en cada período. Esta variación porcentual puede ser positiva o negativa según su monto para acreditar o para penalizar.

VP: valor presente de la serie (préstamo a recibir).

$\%i$: tasa de interés efectiva periódica.

n : plazo (cuyos períodos deben coincidir con la periodicidad de la tasa de interés).

Cuando la variación porcentual constante es positiva se llama gradiente geométrico creciente, mientras que cuando es negativa se denomina gradiente geométrico decreciente.

4.2.4 Otras formas de amortización de préstamos

Existe una infinidad de técnicas para la amortización de préstamos, aunque de las tres técnicas descritas anteriormente se puede decir que son las tradicionales dentro de las matemáticas financieras; por esto, muchos libros exponen incluso fórmulas matemáticas para el cálculo específico de dichos compromisos.

No obstante, también hay otras formas de amortización de préstamos como son:

(i) series uniformes de amortización constante a capital: para este tipo de préstamos la amortización a capital es constante, calculada simplemente a través de la división del valor presente del préstamo dividido entre el número de períodos a pagar; sin embargo la cuota a pagar nunca será constante dado que dependerá de los intereses generados en cada período, los cuales a la vez dependerán de la tasa de interés y del monto adeudado en cada período.

(ii) Series de pagos escalonados: en ciertas ocasiones los préstamos se pagan de forma escalonada, lo que es diferente a los intereses generados y capitalizados; todo esto según acuerdos previos, por ejemplo: los intereses se generan y capitalizan cada mes, pero los pagos se realizan escalonadamente de forma trimestral.

(iii) Uso de período de gracia: algunos préstamos ofrecen al deudor un “período de gracia”, el cual corresponde a un aplazamiento de las cuotas (usualmente la primera); sin embargo, a pesar de aplazar el pago, los intereses son generados y capitalizados. Veamos un ejemplo: se otorga un préstamo a interés mensual, pero se ofrece un período de gracia de 6 meses; esto significa que no se pagarán las cuotas durante los primeros 6 meses, pero sus intereses son generados y capitalizados a la deuda inicial.

(iv) Uso de tiempo muerto: otros préstamos ofrecen al deudor un “tiempo muerto”, el cual corresponde a un aplazamiento de las cuotas (usualmente la primera) sin generar intereses. Una muestra de ello es el siguiente ejemplo: se otorga un préstamo a interés mensual, pero se ofrece un tiempo muerto de 6 meses; esto significa que no se pagarán durante los primeros 6 meses las cuotas y tampoco se generarán intereses durante ese período.

(v) Series de pagos con tasa de interés variable: diversos tipos de préstamos cambian la tasa de interés con frecuencia, impactando los intereses y por lo tanto el valor de la cuota a pagar. En este tipo de amortización es importante que la periodicidad de la tasa de interés sea la misma que los períodos de capitalización.

(vi) Pagos adaptados a las necesidades particulares del cliente: para esta última forma de préstamo, el cliente es el que establece la modalidad de pago según sus necesidades. Es importante destacar que para este tipo de préstamos, la estructura dependerá de los períodos de capitalización determinados en conjunto con la tasa de interés acordada cuya periodicidad coincide con los períodos de capitalización.

Es así como un aspecto interesante de este texto es que independientemente de la técnica acordada para amortización de préstamos, todas ellas se podrán plantear y solucionar mediante una tabla de amortización; esta tabla se podrá realizar en cualquier hoja de cálculo tal como lo es Excel, así como el uso de una herramienta disponible en dicha aplicación para encontrar fácilmente el número que cumple con cualquier condición necesaria para alcanzar un objetivo (denominado “Buscar Objetivo”).

EJERCICIOS PARA ESTUDIO

1. Construya una tabla de amortización que muestre el comportamiento de un crédito por valor de \$ 5'000000, financiado a una tasa de interés del 23 % NAMV por medio de 8 cuotas mensuales que crecen al 1,5 % cada mes.



2. Un bien que vale \$ 2'500000 se adquiere financiado al 20 % anual capitalizable trimestralmente con cuota inicial del 18 %, doce cuotas mensuales que aumentan en \$ 5000 (siendo la primera de \$ 120000) y dos cuotas extraordinarias en los meses 6 y 12 de igual valor. Hallar el valor de las cuotas extraordinarias (https://issuu.com/anfel/docs/ejercicios_de_anualidades_matematic).



3. El Banco Popular le ofrece un crédito con una tasa del 8,2 % NATV, pagando una primera cuota mensual de \$ 6'900000 que se incrementa cada año en un 5 % durante 24 meses. Calcule el valor del crédito otorgado.



4. Qué pago único realizado el día de hoy reemplaza a una serie de valores del mes 1 con un pago de \$ 5000, que aumentan cada mes en \$ 1000 hasta el mes 12 y disminuyen en \$ 500 a partir del mes 13 hasta el 24, teniendo en cuenta una tasa del 32 % EA.



5. Calcular el valor de un préstamo adquirido con el compromiso de realizar posteriormente 12 pagos trimestrales que disminuyen cada trimestre en 2 %, siendo el primer pago de \$ 500000. Con una tasa de interés del 32 % anual capitalizable trimestralmente (NATV).



6. Un concesionario vende un motor de camión en \$ 12'000000 financiado, exige una cuota inicial del 20 % y el saldo en tres cuotas en los meses 4, 6 y 12 respectivamente; de tal forma que el segundo pago sea \$ 200000 más que el primero y el tercer pago sea \$ 100000 más que el segundo. Si se cobra una tasa de interés del 3 % mensual, ¿cuál es el valor de los pagos? (<https://brainly.lat/tarea/10453052>).



7. Un concesionario ofreció a un cliente un auto nuevo mediante un pago inicial de \$ 8'000000 y 36 pagos mensuales de \$ 680000 cada uno. Si se cobra una tasa de interés del 20 % NABV, encuentre el valor de contado del auto (<https://brainly.lat/tarea/9133042>).



8. Juan Pérez recibió tres ofertas al querer vender un apartamento. La primera consistía en \$ 40'000000 de contado. La segunda consistía en 30 millones de contado y \$ 230000 al mes durante 36 meses. La tercera era de \$ 1'650000 al mes durante 3,5 años. Si la tasa de interés es del 20 % NATV, ¿cuál de estas ofertas es la más ventajosa para Juan? (<https://brainly.lat/tarea/13671766>).



9. Una persona es beneficiaria de un seguro de vida por \$ 110'000000. Ella escogió no tomar la cantidad de contado sino, más bien, recibir un ingreso mensual igual para los próximos 15 años. Si el dinero se encuentra

invertido al 15 % NASA, ¿qué cantidad recibirá cada mes? (<https://brainly.lat/tarea/14935332>).



10. Hace 10 meses una persona compró una lavadora a crédito con un plazo de año y medio, haciendo abonos mensuales iguales y pagando un interés del 12 % NASA. El precio de contado de la lavadora era de \$ 1'200000. En este momento el comprador acaba de recibir cierta cantidad de dinero y desea saldar su deuda, ¿qué cantidad deberá pagar? (<https://brainly.lat/tarea/23409651>).



11. Quiero comprar una moto con valor de \$ 60'000000, pagando una cuota inicial de \$ 5'000000. El saldo me lo financian a 36 cuotas mensuales con una tasa de interés del 15 % NATV, dos cuotas extras de \$ 2'000000 cada una en los meses 12 y 24 respectivamente y un período de gracia de 6 meses, ¿cuál sería el valor de las cuotas?



12. Si se toma una deuda de \$ 100'000000 a una tasa del 12 % NASV, cuotas mensuales de \$ 10'000000. Hallar el número de cuotas necesarias para saldar la deuda.



13. Dionisio tiene una cuenta corriente en el Banco de Medellín, el cual le otorga intereses del 1 % EMV sobre su saldo y le cobra intereses del 2 % EMV sobre el valor del sobregiro. Hoy tiene un sobregiro de \$ 20'000000 y comienza a realizar abonos a la cuenta de \$ 5'000000 mensuales con el fin de saldar la deuda y ahorrar un poco, ¿cuál será el saldo de la cuenta después de 24 meses?



14. Un ahorrador tiene una cuenta corriente en la que le otorgaron un cupo de sobregiro de \$ 900000. Durante una transacción utiliza \$ 400000 del sobregiro y lo cubre a los dos meses, teniendo en cuenta que el banco le cobra una tasa del 32 % EA, ¿cuál es el valor que debió cubrir por este “préstamo pre-aprobado”?



15. Se tiene un crédito de \$ 5'000000 para pagarlo en 18 cuotas mensuales de \$ 50000, más dos cuotas extras en los meses 6 y 12 respectivamente. Si la operación financiera se realiza con un interés del 3 % mensual, calcular el valor de las cuotas extras (<https://www.clubensayos.com/Negocios/Taller-de-Anualidades-Vencidas-N%C3%BAcleo-de-Matem%C3%A1ticas/4619459.html>).



16. Un PC, que tiene un precio de \$ 3'200000, puede comprarse financiado a 30 cuotas mensuales de \$ 215000 cada una, ¿cuál sería la tasa de interés mensual que se está cobrando?



17. Se busca conocer el valor de una deuda que consta de 25 pagos mensuales en los que el primer pago tiene un valor de \$ 20000 y de ahí en adelante cada pago se incrementa en \$ 1500 respecto al anterior. Con un interés del 2,5 % mensual, ¿cuál sería el valor de la deuda?



18. Se debe financiar \$ 3'000000, de hoy a dos años, con cuotas mensuales que incrementan cada mes en \$ 6000 con una tasa de interés del 35 % (NAMV). Calcular el valor del primer pago.



19. Encuentre el valor de un artículo que se adquiere financiado con una cuota inicial que equivale al 30 % del valor de contado y el resto a 15 meses con cuotas que incrementan cada mes en 2 %, teniendo en cuenta que la primera cuota será de \$ 23000 y la tasa de interés es del 34 % (NAMV).



20. Una persona realiza un préstamo en una entidad bancaria y paga una cuota fija mensual de \$ 1'200000 durante 5 años para pagar una casa, si se sabe que la tasa es del 26 % EA, ¿cuál será el valor de contado de la casa?



21. Se financia un local comercial con una tasa del 38 % NAMV a cuatro años con cuotas bimensuales, con un valor de \$ 80'000000. Una vez pasados dos años el deudor decide cancelar la deuda, ¿cuál será el saldo a pagar?



22. Con una tarjeta de crédito se quiere comprar un teatro en casa que tiene un valor de \$ 30'000.000, se tienen dos opciones: pagar cuotas fijas trimestrales en tres años o pagar cuotas trimestrales con abono fijo a capital durante tres años. La tasa de interés es del 3 % EM, ¿cuál sería la mejor opción para el deudor?



23. Un activo tiene un valor de \$ 2'500000 y se adquiere con el siguiente plan de pagos: cuota inicial del 20 %, 12 cuotas mensuales iguales y dos pagos adicionales en los meses 6 y 12 respectivamente de \$ 200000 cada una. Calcular el valor de las cuotas mensuales, si la tasa de financiación es del 2 % mensual (https://issuu.com/anfel/docs/ejercicios_de_anualidades_matematic).



24. Una persona hace un préstamo de \$ 5'000000 para cancelar a 5 años en una entidad crediticia que cobra interés del 1,78 % mensual. Si el préstamo se pacta cancelar en cuotas mensuales, ¿cuál es el valor de cada pago?



25. Obtenga el valor de la quinta cuota que se debe pagar por un crédito de \$ 3'000000, si se cancela en cuotas bimestrales decrecientes de 2,5 % durante un año. Asuma una tasa de interés del 26 % anual.



26. ¿Cuál será el valor equivalente a hoy de la pensión de un trabajador al que se le harán 24 pagos anuales iniciando en \$ 2'000000 con incrementos del 10 % anual? Suponga que se reconoce una tasa del 7 % EA (<https://es.slideshare.net/katyjiuliana/anualidades-y-gradientes-esto-es-61521201>).



27. Suponga un crédito a 5 años con un interés efectivo del 20 % anual y 60 pagos mensuales iguales al final de cada mes (cuota uniforme). El valor del crédito es de \$ 60'000000, ¿cuál sería la cuota mensual? (<https://es.slideshare.net/katyjiuliana/anualidades-y-gradientes-esto-es-61521201>).



28. Una deuda de \$ 100'000000 se va a financiar a 6 meses, a una tasa del 2,6 % mensual, los pagos mensuales serán únicamente a los intereses y el capital se pagará al final del crédito. Construya la tabla de amortización.



29. Un lote que cuesta \$ 20'000000 se propone comprar con una cuota inicial del 10 % y 12 cuotas mensuales con una tasa de interés del 2 %

mensual. Calcular el valor de las cuotas (https://issuu.com/lizbethvilca/docs/gu_a_de_matem_tica_financiera).



30. Se financia un vehículo con las siguientes condiciones: cuota inicial de \$ 10'000000, 18 cuotas mensuales iguales de \$ 600000 pagaderas de forma anticipada y dos cuotas extraordinarias de \$ 1'000000 cada una en los meses 6 y 12 respectivamente, tasa del 2 % mensual. Se pide calcular el valor de contado (https://www.academia.edu/32278338/FINANZAS_TALLER_CAPITULO_IV_Vo1_MMR_anualidades_gradientes).



31. Se adquiere hoy un electrodoméstico financiado con 18 cuotas mensuales iguales de \$ 150000 cada una, cancelando la primera cuota dentro de 5 meses. Si la operación financiera se realiza al 3 % mensual, calcular el valor del electrodoméstico.



32. Un abogado desea adquirir una oficina que tiene un valor de \$ 45'000000. Le plantean su financiación de la siguiente manera: cuota inicial del 20 %, 18 cuotas mensuales que aumenten cada mes en un 2 % y una cuota extraordinaria a pagar en el mes 18 por valor de \$ 2'000000. Si la tasa de financiación que se cobra es del 3 % mensual, calcular el valor de la primera cuota (<http://clopera.com/wp-content/uploads/2018/05/Unidad-4.-Gradientes.pdf>).



33. Una obligación hipotecaria de \$ 60'000000 se va a cancelar por medio de 24 cuotas mensuales que aumentan cada año en un 20 %. Si la tasa de interés que se cobra es del 3 % mensual, calcular el

valor de las cuotas durante el primer año (<https://es.calameo.com/read/004654670a328789dob20>).



34. Una empresa decide comprar una maquinaria a crédito valorada en \$ 30'000000, la tasa de interés pactada es del 2 % mensual vencida, y debe pagarla en 4 meses. Realice la tabla de amortización con base en la información brindada.



35. Usted desea comprar un vehículo que vale \$ 25'000000, el concesionario acepta financiarlo con una cuota inicial y 12 cuotas mensuales iguales con una tasa de interés del 13 % EA. Usted solo dispone de \$ 600000 mensuales, calcular el valor de la cuota inicial y el valor de los intereses y amortización del décimo mes.



36. Un terreno que tiene un valor de \$ 100'000000 se puede adquirir financiado de la siguiente manera: cuota inicial de \$ 10'000000, 12 cuotas mensuales iguales y una cuota extraordinaria de \$ 20'000000 al final del octavo mes. Si la tasa de interés de financiación que se cobra es del 32 % NAMV. Calcular el valor de las cuotas mensuales, el saldo de la deuda en el séptimo mes, los intereses y amortización del noveno mes.



37. El Banco Ganadero le concede un préstamo de \$ 10'000000 a una tasa del 36 % NATV. Usted consigue un período de gracia de un año, durante el cual el banco le cobra el 2,5 % de intereses y en los que los intereses no se pagan sino que se capitalizan. El préstamo tiene un plazo de 3 años, incluido el período de gracia, y se va a cancelar en cuotas trimestrales

iguales. Calcular el valor de la cuota trimestral (<https://www.docsity.com/es/4-rentas-y-anualidades-full/759740/>).



38. Pedro solicitó un préstamo por \$ 2'000000 y lo cancelará con cuotas iguales pagaderas cada fin de mes, si la tasa de interés es del 36 % nominal con capitalización mensual, ¿cuál es el valor de cada cuota, si el plazo de pago es 2 años?



39. Se adquiere un préstamo por \$ 120'000000 para pagarlo en 15 años mediante mensualidades anticipadas iguales con una tasa de interés del 1,3 % EM. Elaborar la tabla de amortización y determinar el monto total pagado por intereses.



40. Suponga que tiene que pagar seis cuotas semestrales de \$ 3'753835 cada una, las cuales aumentan \$ 100000 por semestre. Si la tasa es del 15 % semestre vencido, calcular el valor actual del vehículo.



41. Obtenga el valor de la quinta cuota que se debe pagar por un crédito de \$ 3'000000, si se cancela en cuotas bimestrales decrecientes en un 2,5 % durante un año. Asuma una tasa de interés del 26 % anual.



42. Para el desarrollo de un proyecto se requiere un crédito por \$ 7'543289 para lo cual se acudió a un banco, que ofrece una tasa del 20,40 % nominal anual con capitalización mensual a un plazo de 12 meses. El sistema de amortización es abono constante a capital, por lo que se desea saber cuál es el saldo de la deuda al terminar el noveno mes.



43. Usted requiere \$ 100'000000 para un negocio. El banco está dispuesto a financiarlo con la condición de que usted pague cuotas iguales trimestre vencido, pero con tasas diferentes para cada año de la siguiente manera: 30 % nominal anual trimestre vencido, 33 % nominal anual bimestre vencido y 36 % nominal anual mes vencido. Calcular la cuota trimestral que usted debe pagar.



44. Una empresa hace un préstamo en una corporación financiera por valor de \$ 9'000000 para pagar en 12 cuotas mensuales en la modalidad de abono fijo a capital. Si la tasa de interés pactada es del 21 % anual mes vencido, se pide elaborar la tabla de amortización.



45. El Banco X otorga un crédito de libre inversión por valor de \$ 15'000000 a 6 meses con una tasa de intereses del 0,8 % EM. Calcular el valor de la cuota mensual.



46. Una maquinaria que vale \$ 580'000000, se pagará con una cuota inicial del 15 % y 24 pagos mensuales a una tasa de interés del 25 % NAMV. Calcular el valor de las cuotas.



47. ¿Cuál será el valor de un crédito a 3 años, pagado con cuotas trimestrales anticipadas de \$ 79'000000 y una cuota extra en el período 11 del mismo valor, si la tasa de interés trimestral es del 4 %?



48. ¿Cuál es el valor de la cuota número 30 que se debe pagar por un crédito de \$ 11'000000, si se cancela en 180 pagos mensuales que aumentan en un 1,1 % durante cada año. La tasa del 30 % NASV?



49. Obtenga el valor de la última cuota que se debe pagar por un crédito de \$ 12'000000 a un año, si se cancela en cuotas bimestrales decrecientes en un 1,7 % cada bimestre. La tasa de intereses es del 12,6 % NABV.



50. Un crédito de libre inversión que se está cancelando con una cuota inicial de \$ 10'000000 y 36 cuotas mensuales que aumentan en un 4 % cada mes. Siendo el valor de la primera cuota de \$ 345000 y la tasa de intereses del 2,9 % mensual, calcular el valor total de los intereses que se pagaran.



51. Una persona adquiere una deuda por valor de \$ 75'000000 bajo una tasa de interés del 24 % EA, que amortizará mediante 6 pagos semestrales iguales. Realice la tabla de amortización y determine el valor de la cuota.



52. Una pareja pide prestados \$ 115'000000 con una cuota fija al 11,50 % EA como hipoteca sobre una propiedad, la cual se va a cancelar a 180 cuotas mensuales. Mensualmente deben asumir el valor de un seguro contra terremoto por valor de \$ 58515 y un seguro de vida por valor de \$ 46636. Calcular el valor de la cuota.



53. Elabore una tabla de amortización para un crédito de libre inversión que será pagado con una cuota inicial de \$ 1'500000 y 24 pagos mensuales

iguales de \$ 900000 con una cuota extra en el quinceavo mes de \$ 600000 y una tasa de interés del 11 % TV. Determine el valor del crédito.



54. Usted utiliza una tarjeta de crédito para realizar una compra por \$ 3'500000, le cobran una tasa del 27,8 % EA y realiza pagos mensuales durante 2 años; además le realizan un cobro por cuota de manejo de \$ 8000 mensuales, ¿cuál es el costo real de su deuda?



55. Se hace un préstamo de \$ 1'000000 con un plazo de 2 años. La tasa de interés es del 6,5 % EA. El préstamo se pagará en una serie de pagos mensuales que se incrementarán porcentualmente en un 1 %, ¿cuál es el valor de la primera cuota?



56. ¿Cuánto dinero tengo que depositar hoy en una cuenta de ahorros con el 25 % nominal anual capitalizado mensualmente para poder hacer retiros de \$ 200000 al final de los próximos cuatro años, quedando en la cuenta \$ 100000 una vez transcurridos los cuatro años? (<https://es.slideshare.net/JoelSalvatierraGalve/interes-compuesto-62410272>).



57. Calcular el valor presente de 24 pagos semestrales que disminuyen cada semestre en un 2 %, siendo el primer pago de \$ 1'000000 con una tasa de interés del 30 % capitalizable semestralmente (<https://es.slideshare.net/angiegutierrez11/gradientes-o-series-variables>).



58. El valor de un equipo se cancela en 18 cuotas mensuales que aumentan cada mes en \$ 30000 y el valor de la primera cuota es de \$ 220000. Si la

tasa de interés es del 3,5 % mensual, hallar el valor del equipo (<https://es.slideshare.net/angiegutierrez11/gradientes-o-series-variables>).



59. Una obligación se está cancelando mediante el pago de una cuota inicial de \$ 5'000000 y 24 cuotas mensuales que aumentan un 5 % cada mes. Si el valor de la primera cuota es de \$ 1'500000 y se cobra una tasa de interés del 4 % mensual, ¿cuál es el valor de la obligación? (<https://es.slideshare.net/angiegutierrez11/gradientes-o-series-variables>).



60. Una deuda debe cancelarse en un lapso de tres años mediante pagos de \$ 5'000000 mensuales. El deudor acuerda con su acreedor en reestructurar la deuda liquidándola en cuatro años con pagos mensuales iguales. Encuentre el valor de los nuevos pagos, si la tasa de interés para ambas formas de pago es del 18 % EA (<https://issuu.com/alfredoalzurudocs/fundamentosmaticasfinancieras>).



61. Antonio le compró a Formacol S.A. un lote por valor de \$ 40'000000 y se comprometió a pagarlo de la siguiente manera: una cuota inicial de \$ 10'000000, un pago de \$ 7'000000 dentro de 4 meses, un pago de \$ 9'500000 dentro de 6 meses y un pago de \$ 20'000000 dentro de 12 meses. Calcule la tasa de financiación (<http://190.57.147.202:90/xmlui/bitstream/handle/123456789/1402/Evaluaci%C3%B3n%20financiera%20de%20proyectos.pdf?sequence=1>).



62. Un préstamo de \$ 250 millones se debe cancelar en 60 meses con cuotas iguales a fin de mes. Se pactan dos cuotas extra de \$ 20 millones cada una en los meses 12 y 24 respectivamente y un tiempo de gracia de 6

meses. El interés de financiación es del 5 % EA. Después de haber pagado la cuota 26 se realiza un abono por valor de \$ 10 millones. Si se mantiene la tasa y el plazo, hallar el valor de la última cuota ordinaria.



63. Un préstamo de \$ 500 millones se debe cancelar en 36 meses con cuotas iguales. Se pactan dos cuotas extra de \$ 20 millones cada una en los meses 12 y 24 respectivamente, y un tiempo de gracia de 6 meses. El interés de financiación es del 4 % EA. Después de haber pagado la cuota 20 se realiza un abono por valor de \$ 50 millones. Si se mantiene el plazo y se pacta una nueva forma de pago con cuotas decrecientes y amortización fija, hallar el valor de la última cuota.



64. El señor Pérez ha contraído una deuda de \$ 150 millones a 48 cuotas decrecientes (amortización fija), a fin de mes y con interés de financiación del 8 % NATV. Le otorgaron un período de gracia de 6 meses en el que no se paga ni cuota ni intereses, pero en el que los intereses se capitalizan a la deuda. Si justo después de haber pagado la cuota 24 realizó un abono de \$ 5 millones y desea mantener el plazo total del crédito, ¿cuál será el valor de la última cuota fija?



65. El señor González adquirió una deuda, realizando los siguientes pagos: 48 cuotas mensuales que aumentan cada mes en \$ 50000. El valor de la primera cuota es de \$ 3 millones. La tasa de interés que se está cobrando es del 12 % NATV. Hallar el valor de la deuda.



66. Una obligación se está cancelando mediante el pago de 48 cuotas mensuales, las cuales aumentan en un 3 % cada mes, con el valor de

la primera cuota por \$ 5 millones. Si la tasa de interés es del 6 % NATV, calcular el valor de la obligación.



67. Una deuda de \$ 100 millones se va a financiar de la siguiente manera: 48 cuotas mensuales, siendo la primera cuota de \$ 1'500000 con una tasa de financiación del 10 % NATV, ¿cuál debe ser el aumento porcentual mensual de las cuotas?



68. Una deuda de \$ 100 millones se va a cancelar mediante 48 cuotas mensuales, las cuales aumentan cada año en un 7 %. Si la tasa de interés es del 6 % NATV, calcular el valor de las cuotas del primer año.



69. Se hace un préstamo de \$ 1'000000 cuya tasa de interés efectiva trimestral es del 6,5 %. El préstamo se pagará con 24 pagos mensuales al inicio de cada período y se incrementarán porcentualmente en un 1 %, ¿cuál es el valor de la primera cuota?



70. Se deben \$ 3'800000 a una tasa de interés del 2 % mensual para ser cancelados por medio de 6 cuotas mensuales iguales, pagándose la primera cuota 4 meses después de adquirida la obligación. Calcular el valor de las cuotas.



Capítulo 5

Valoración financiera de proyectos

“Cuida los pequeños gastos: un pequeño agujero hunde un barco” (Benjamín Franklin).
“Las grandes multinacionales son pequeñas empresas que han tenido éxito” (Robert Townsend).

5.1 Inicio de la formulación de proyectos

La formulación de proyectos ha adquirido en el contexto de la vida moderna una importancia superlativa tanto desde lo empresarial como desde lo personal, esta afirmación se sustenta en el hecho de que en la medida en que el mundo se ha convertido en una aldea global las oportunidades de negocio todos los días son mucho más abiertas y cercanas; además, las economías de los países en vía de desarrollo tienen cada vez más dificultades para crear fuentes de empleo directas; por tal motivo, la creación de empresas propias se ha convertido en la gran oportunidad para la generación de ingresos.

Desde lo empresarial, el crecimiento de las organizaciones se basa cada vez más en la formulación de proyectos clave que apunten al desarrollo de su objeto social. Así pues, los proyectos surgen como una respuesta a cuál es la forma más adecuada de materializar la idea de negocio o ideas

de inversión. Dichos proyectos deben ser formulados y evaluados en forma real, coherente y contextualizada frente al mundo que nos rodea.

Es de vital importancia realizar una clara formulación con datos reales que conlleve a que la evaluación sea coherente con la realidad del mercado, garantizando de esta forma que el proceso de evaluación —donde se establece si el proyecto es viable y rentable— genere resultados confiables sobre los que se puedan tomar decisiones efectivas.

5.2 Conceptos básicos sobre administración de proyectos

Un proyecto puede definirse como un conjunto de actividades que se llevarán a cabo con un determinado fin y unos objetivos concretos a través de los cuales se busca generar un cambio, dar solución a un problema o satisfacer una necesidad.

Las características de un proyecto son:

(i) temporal: significa que cada proyecto tiene un inicio y un fin definidos.

(ii) Productos, servicios o resultados únicos: un proyecto debe tener definido su objetivo y alcance; además el(o los) producto(s), servicio(s) o resultado(s) único(s) a desarrollar.

(iii) Elaboración gradual: es decir que el proyecto se hace en forma progresiva, por incrementos, hasta alcanzar el producto o servicio.

Debido a que los proyectos son un emprendimiento único, implican un cierto grado de riesgo e incertidumbre. Las organizaciones ejecutantes usualmente dividen cada proyecto en varias fases para mejorar el control y proporcionar vínculos con las operaciones continuas de la organización ejecutante (Sánchez, 2006).

Realizar un proyecto es la consecuencia muchas veces de un sueño, una visión o una perspectiva que busca solucionar o aportar una nueva forma de hacer las cosas; luego de ese proceso creativo es necesario darle

una estructura organizativa, ir delimitando cada paso y cada actividad que se debe cumplir para avanzar y así cumplir con la meta del proyecto.

5.3 Proyectos públicos frente a proyectos privados

Los proyectos pueden tener múltiples clasificaciones, siendo una de las más utilizadas la correspondiente a la clasificación entre proyectos públicos y proyectos privados.

(i) Proyectos públicos: la idea central de este tipo de proyectos es el bien comunitario, el cual está totalmente separado del lucro y no tiene una medición de rentabilidad sino de ganancia en calidad de vida dado que generalmente está enfocado en la realización, construcción y dotación de obras de interés social (por ejemplo, hospitales, escuelas, construcción de vías de comunicación terrestre y servicios de obras públicas) entre otros beneficios para la colectividad, sin olvidarse del medio ambiente. No obstante, deben tomarse en cuenta los indicadores de gestión o *Key Performance Indicator* —KPI's— para garantizar los avances en las etapas del proyecto.

(ii) Proyectos privados: son los proyectos que lleva a cabo una empresa con fines de lucro. Sus objetivos, más allá de mejorar sus procesos internos, buscan también obtener una disminución de gastos y generar un aumento en las utilidades; por tanto, la rentabilidad está presente puesto que el proyecto es visualizado como una inversión. En este tipo de proyectos la rentabilidad financiera es fundamental, siendo este el aspecto que se desarrolla en el presente capítulo.

5.4 Procesos básicos de la administración de proyectos

Los procesos de gestión de proyectos pueden ser organizados en cuatro grandes grupos, de uno o más procesos cada uno:

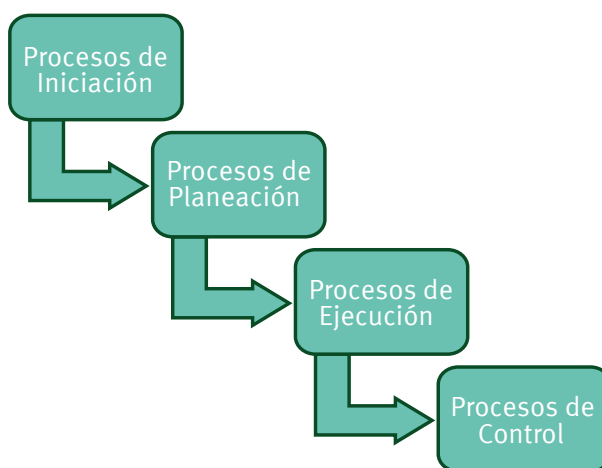


Figura 15. Proceso de administración de proyectos. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

Dentro de la administración de cualquier proyecto es posible definir los procesos básicos prioritarios para la conformación exitosa del mismo:

Procesos de iniciación: autorización del proyecto o de una fase del mismo.

Procesos de planeación: definición y refinamiento de objetivos, selección de la mejor alternativa entre posibles cursos de acción para lograr los objetivos a alcanzar por el proyecto.

Procesos de ejecución: coordinación de las personas y de otros recursos necesarios para llevar a cabo el plan.

Procesos de control: aseguramiento de que se cumplan los objetivos del proyecto mediante la supervisión y la medición regular del avance para identificar las variaciones con respecto al plan y poder tomar las acciones correctivas cuando sea necesario. (Bustamante, 2012)

5.5 Ciclo de vida de los proyectos

“La identificación, formulación y evaluación de proyectos es un instrumento de uso prioritario entre los agentes económicos que participan en

cualquiera de las etapas de asignación de recursos para implementar iniciativas de inversión” (Burgos, 2017), el cual está compuesto de tres fases principales:

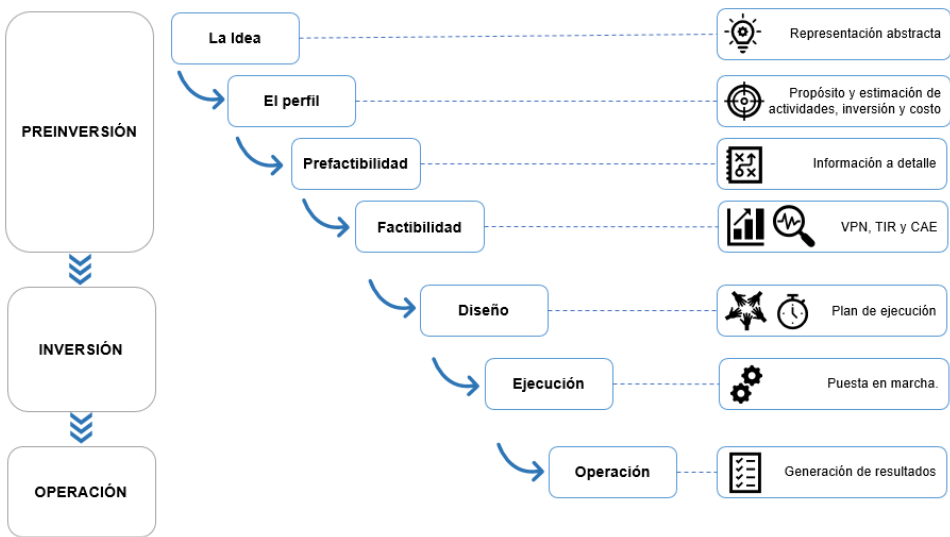


Figura 16. Ciclo de vida de los proyectos. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

5.5.1 Fase de preinversión

La fase de preinversión corresponde al estudio de factibilidad económica de las diversas opciones de solución o ideas generadas para la solución del problema. Esta fase está compuesta de las siguientes etapas:



Figura 17. Etapas de la preinversión. Fuente: elaboración propia por parte de los autores.

(i) **Idea**: se define como el marco mental general sobre lo que se quiere hacer. Los proyectos se inician con una idea, obviamente como apenas

es una representación general abstracta de algo que se quiere hacer es necesario empezar a darle forma y a caracterizarla.

(ii) Perfil: se define como una descripción simplificada de un proyecto. En este se establece el propósito y la pertenencia del proyecto y un estimativo de las actividades que se deben realizar y de la inversión total que se requerirá, así como de los costos operativos e ingresos anuales; los costos pueden manejarse en forma general, los ítems menores pueden excluirse y los supuestos en cuanto a la demanda, oferta y demás variables son en el perfil exactamente eso: solo supuestos (FAO, 2005).

(iii) Prefactibilidad: esta etapa es aquella en la que se precisa y define con mayor detalle toda la información recopilada en el perfil, esto con el propósito de reducir los riesgos de decisión y poder proponer alternativas de solución reales. La preparación de este estudio requiere la combinación de fuentes secundarias con trabajos de campo, los recursos a utilizar, costos, ingresos, oferta, demanda, tamaño del proyecto y las variables externas que lo influncian.

(iv) Factibilidad: la palabra factibilidad viene de posibilidad o viabilidad, esta etapa como su nombre lo indica es aquella en la que —a partir de la información que genera la prefactibilidad— se establece la viabilidad del proyecto; es aquella en la que a través de los estudios pormenorizados de mercado, técnico y económico se generan los indicadores tales como VPN, TIR y CAE para decidir si el proyecto es viable y rentable.

5.5.2 Fase de inversión

Esta fase hace relación a la realización de todos los desembolsos requeridos para poner en marcha el proyecto, aquí se materializan todos los gastos que son necesarios para que el proyecto se convierta en una unidad económica consolidada.

Cuando se toma la decisión de llevar a cabo un proyecto se debe diseñar un *plan de ejecución* en el que se contemplen las actividades a desarrollar con la indicación de los respectivos momentos de realización (Córdoba, 2011). En esta etapa, para Vega (2015), se realizan las siguientes acciones:

revisión y actualización del documento proyecto;

actualización y detalle de cronogramas para la ejecución del proyecto;

negociación de créditos y recursos destinados al proyecto, a fin de garantizar que se provean en las condiciones más favorables;

organización institucional y administrativa del proyecto y definición sobre la responsabilidad de implantación;

gestión de recursos humanos (reclutamiento, selección, incorporación, entrenamiento) y materiales (licitaciones, contrataciones y adquisiciones).

En términos generales esta etapa inicia en el momento en que se hacen las inversiones y se realiza la “puesta en marcha” del proyecto (Córdoba, 2011).

5.5.3 Fase de operación

En esta fase el proyecto ya se encuentra en marcha, es decir, operando y generando los resultados (bienes o servicios) que se esperaban para la solución del problema. Aquí es común la entrega definitiva por parte del director del proyecto a los interesados, dueños o entidad ya conformada para que se encarguen de su ejecución (Córdoba, 2011).

5.5.4 Fase de evaluación de resultados

La evaluación de resultados de un proyecto establece el cumplimiento de los objetivos propuestos, los cuales deben estar relacionados con la solución del problema planteado en la identificación. La evaluación de resultados es un aspecto transversal a las fases anteriormente descritas, ya que el proceso de evaluación debe ser continuamente desarrollado durante la ejecución del proyecto.

Posteriormente al tiempo propuesto para la obtención de resultados se debe evaluar que el problema inicial haya desaparecido debido a la intervención del proyecto (Córdoba, 2011).

5.6 Estudios para tomar en consideración al momento de plantear un proyecto

Al momento de materializar la planificación de un proyecto existen algunos estudios que no se deben descuidar; de hecho, se deben contemplar y tomar en consideración dentro de los procesos básicos de la administración de proyectos.

5.6.1 Estudio de demanda

Todo proyecto parte de una idea o un sueño. Luego se le da el enfoque público o privado. Aunque el punto inicial de todo el proceso está en a quién se va dirigir todo el esfuerzo del proyecto, lo que consiste en ponerle una o varias caras a los beneficiarios de ese sueño o idea. Por ello no importa la cantidad o la calidad de bienes, productos o servicios que se quieran producir o fabricar, pues lo más importante es que haya suficiente mercado dispuesto para adquirir o beneficiarse del proyecto.

De ahí que es sumamente importante realizar los estudios y proyecciones del mercado dado que este es muy amplio y dinámico puesto que lo mueven diferentes intereses, necesidades y aspiraciones. Por ello es necesario conocer el tamaño, comportamiento y todas las especificaciones relacionadas con ese mercado para ir obteniendo los indicadores que alimentarán las proyecciones.

Es así como resulta relevante conocer los tipos de demanda:

(i) demanda potencial: “es el volumen máximo que podría alcanzar un producto o servicio en unas condiciones y tiempo determinado, y se expresa en unidades físicas o monetarias” (Rubira, 2013). La demanda potencial se puede representar de forma hipotética, haciendo referencia a la forma interna que puede experimentar la empresa o a la forma externa que puede experimentar el mercado.

Para determinar la demanda potencial es necesario identificar cuántos individuos son posibles compradores del producto o servicio, ya que

la demanda potencial se forma a partir de las demandas individuales (González y Solano, 2017).

(ii) Demanda insatisfecha o agotados: corresponde a la demanda solicitada por el consumidor, pero la cual no ha sido cubierta eficazmente por la oferta. En este caso, la demanda del mercado es mayor a la oferta que se tiene para cumplirle a los consumidores; por tanto, no hay una satisfacción ni un cumplimiento para con los clientes.

(iii) Demanda efectiva (venta): en este escenario, las condiciones están dadas para que todo lo solicitado o requerido por un consumidor tenga las unidades suficientes para satisfacerlo; además ese consumidor tiene la capacidad de adquirirlo; bajo estas condiciones se genera el proceso de venta perfecta, es decir, una demanda efectivamente atendida por la oferta disponible.

Calcular la demanda del proyecto es un paso fundamental porque en un principio este dato nos muestra —al ser contrastado con la información que suministra el mercado— si realmente el proyecto tiene una demanda asegurada que le garantice su funcionamiento.

Después de determinar si existe una demanda y definir su tipo es necesario hallar la demanda proyectada. Esta es importante porque es la que sirve para calcular la viabilidad del proyecto, revisando el comportamiento que la demanda de un bien determinado tendrá en el futuro y suponiendo que los factores que influyen hoy este comportamiento actúen igual a futuro.

Para realizar la estimación de la demanda existen diferentes métodos dentro de los cuales se pueden identificar los *métodos cualitativos* que toman como base juicios, evaluaciones y opiniones de personas especializadas con un conocimiento extenso en el mercado. Por otro lado están los *métodos cuantitativos* que, a su vez, se subdividen en aquellos que utilizan series de tiempo y los que se basan en relaciones de causalidad. Entre ellos tenemos:

(i) análisis de tendencia: este método trabaja con la suposición de que el futuro se comportará de forma similar al pasado. Se requiere contar con información cuantitativa previa y, además, que el mercado que se está evaluando no haya sufrido cambios estructurales.

(ii) Series de tiempo: a través de este método se analizan los efectos que tienen el ciclo, la estacionalidad y los factores aleatorios sobre el comportamiento de las variables.

(iii) Análisis de regresión: lo que busca este método es identificar y medir los factores que afectan el comportamiento de la variable que se está analizando.

Este último método parte de considerar que la demanda es la variable Y (dependiente) y que se debe identificar la variable X (independiente) asociada. A partir de unos datos históricos se entrega una ecuación lineal que refleja el comportamiento de ambas variables y por medio de esta se proyecta la demanda que se convertirá en la esperada del proyecto (Baca, 2016).

Normalmente se toma como variable X el tiempo en una ecuación [$Y = f(X)$], en donde Y es la demanda. Se debe anotar que este método supone que existen datos históricos de la demanda en diferentes períodos de tiempo, de lo contrario se debe hacer uso de los métodos cualitativos.

5.6.2 Estudio de oferta

Analizar la oferta es un principio básico en toda empresa que necesite poner en venta sus productos y servicios, es abrir los ojos para mirar y observar con detenimiento quiénes dentro del mercado están ofreciendo productos o servicios similares y el precio al que lo están haciendo. Es un hecho histórico analizar la competencia con el fin de determinar si se cumple con las características deseadas por el público objetivo y qué posibilidades se tienen en función de la competencia actual para posteriormente diseñar las estrategias pertinentes (Baca, 2016).

5.6.3 Estudio de precios

El precio es la cantidad monetaria a la que los productores están dispuestos a vender y los consumidores a comprar un bien o servicio, esto cuando la oferta y la demanda se encuentran en equilibrio (Baca, 2016).

Para definir el precio asociado al proyecto, para Córdoba (2011), es necesario considerar los siguientes aspectos: (i) la base del precio es el costo de producción (aquí se tienen en cuenta materia prima, administración y ventas, costos indirectos, impuestos entre otros). A esto se le agrega un margen de contribución que se debe definir de acuerdo con el sector asociado a la naturaleza del proyecto; (ii) la demanda potencial del producto y las condiciones económicas del país, es decir, las condiciones de la economía; (iii) la estrategia de mercadeo con la cual se introducirá el producto o con la cual se pretende ganar mercado o permanecer en él; (iv) los precios históricos del producto, en la misma organización, siempre y cuando se cuente con este dato; (v) los márgenes de rentabilidad después de definir la estructura de costos variables y fijos del proyecto; el precio se define con un margen de contribución sobre estos costos, por lo que se sugiere que este margen sea tomado del margen de rentabilidad del sector al que pertenezca el proyecto; (vi) los precios de la competencia para productos o servicios de las mismas características técnicas y de calidad.

5.6.4 Estudio de comercialización

La comercialización es el proceso mediante el cual se realizan todas las actividades necesarias para trasladar el producto al mercado; para ello se debe llevar a cabo un estudio de comercialización que permita definir los canales de distribución para cumplir el propósito final de cómo el bien o servicio llegará a manos del consumidor (Baca, 2016). Las siguientes son algunas de las clases de los canales de distribución:

1. Canal directo: el productor o fabricante vende el producto o servicio directamente al consumidor, sin intermediarios. Es el caso de la mayoría de los servicios; también es frecuente en las ventas industriales porque

la demanda está bastante concentrada (hay pocos compradores), pero no es tan corriente en productos de consumo [...].

2. Canal indirecto: existen intermediarios entre el proveedor y el usuario o consumidor final. El tamaño de los canales de distribución se mide por el número de intermediarios que forman el camino que recorre el producto. Dentro de los canales indirectos se puede distinguir:

[...] Un canal corto sólo tiene dos escalones, es decir, un único intermediario entre fabricante y usuario final. Este canal es habitual en la comercialización de automóviles, electrodomésticos, ropa de diseño... En que los minoristas o detallistas tienen la exclusividad de venta para una zona o se comprometen a un mínimo de compras [...].

[...] En un canal largo intervienen muchos intermediarios (mayoristas, distribuidores, almacenistas, revendedores, minoristas y agentes comerciales, etc.). Este canal es típico de casi todos los productos de consumo. (mercadotecnia, 2015)

5.7 Estructura de costos, gastos e ingresos

Es una forma de organizar y de visualizar todos los costos y gastos en los que incurre una empresa para obtener como resultados los verdaderos ingresos que se están percibiendo. Estos procesos de negocios son fundamentales para la administración de una organización y de su cálculo correcto, transparente y eficiente dependerá que la toma de decisiones esté cimentada en los números reales y objetivos que el análisis de la estructura de costos proporcione a los directivos de la empresa.

5.7.1 Inversión inicial total

Una vez que el proyecto tiene la aprobación de factibilidad tanto de recursos como de viabilidad, llega el momento de hacer efectiva la inversión de dinero para comenzar a adquirir todos los activos necesarios para iniciar las operaciones. Es importante indicar que en el ámbito financiero la inversión se denota como un egreso, al igual que los costos y gastos, ya que estos representan las salidas de dinero para lograr la infraestructura que garantice los ingresos posteriores. Existen dos tipos de inversión:

(i) inversión fija: este tipo de inversión, se realiza para dotar a la empresa de todos los materiales necesarios para que esta pueda operar (entre esos bienes o activos fijos se pueden incluir el local o espacio físico, maquinarias, equipos, mobiliarios y todos los demás requerimientos que permitan el funcionamiento de la empresa).

(ii) Inversión diferida o intangible: se refiere a todos los recursos inmateriales o intangibles que forman parte fundamental de la empresa y que permitirán el desarrollo de las actividades (destacan los servicios, los documentos constitutivos, permisos y patentes, marca, logo, entre otros recursos que unidos a los activos fijos complementan el engranaje sobre el que opera la empresa) (Córdoba, 2011).

Algunos textos indican una tercera clasificación, correspondiente a la inversión en capital de trabajo. Esta determina la capacidad de la empresa para operar tranquilamente y desempeñar sus actividades diarias sin ningún tipo de inconvenientes; si bien esta concepción es muy importante para evitar problemas de liquidez (Córdoba, 2011), el capital de trabajo se debe contemplar dentro de los costos y/o gastos según su naturaleza de dependencia: si el capital de trabajo es asociado a la generación directa del producto o servicio, será contemplado como costo; mientras que si es asociado a la infraestructura general del proyecto o negocio, será contemplado en gastos.

5.7.2 Ingresos

Cuando el proyecto está operativo es necesario afinar los indicadores financieros porque esos reportes diarios van a determinar si los ingresos están siendo los estimados en la evaluación financiera, la cual se realizó en las etapas iniciales del proyecto antes de su aprobación. Los ingresos vienen dados por el resultado de evaluar la demanda, la oferta, la fijación de los precios y además de las ventas del producto al cliente.

Es importante aclarar que las unidades a producir no necesariamente son iguales a la demanda del producto, ya que esta puede ser mayor. En este caso las unidades producidas dependerán exclusivamente de

la capacidad instalada de la empresa, la cual depende de la tasa de producción dada por las máquinas y los equipos y por la mano de obra contratada.

Es así como los ingresos, al igual que los egresos, deben proyectarse durante la vida útil del proyecto. Esto con el fin de construir el flujo del proyecto y, por ende, denotar la viabilidad financiera del mismo a través de diversos indicadores financieros.

5.7.3 Costos y gastos

Tanto el estudio de comercialización como el técnico establecen las erogaciones que se deben realizar para que la operatividad de la empresa sea óptima. No obstante, es importante separar los costos de los gastos:

(i) costos: en esta categoría —o clasificación de los egresos— se incluyen todos los materiales o recursos que permiten fabricar o elaborar un producto, es decir, la materia prima que es el corazón del proyecto. A nivel de servicios, los costos corresponderán a la infraestructura básica fundamental para garantizar el servicio ofrecido (incluyendo mano de obra directa).

(ii) Gastos: son todos los recursos necesarios para que la empresa funcione como una entidad completa (por ejemplo, el salario del personal administrativo, atención al cliente, gestión humana, ventas y marketing). Los gastos, al igual que los costos, deben estar bien definidos dentro de la estructura financiera.

En este sentido hay que diferenciar entre costos fijos y variables dado que los cálculos para cada uno son distintos, pero inciden en la estructura de los costos; tal es el caso de los costos variables, los cuales dependen directamente del proceso de producción de una empresa ya sea a nivel de unidades o de costo variable por unidad de producto o servicio; así pues, recordemos que los precios de la materia prima y de servicios directos pueden sufrir un incremento y afectar la estabilidad de costos de la empresa. De igual manera los costos fijos son rubros que impactan en la producción de bienes o servicios, pero que deben honrarse

independientemente de la producción realizada; por ello se determinan como ‘inamovibles’ en el tiempo, pero su valor monetario puede fluctuar según el desempeño del proyecto.

Al igual que en los ingresos, en los costos y gastos se deben analizar las variables que son susceptibles de ser modificadas cada año de acuerdo con las variables macroeconómicas (como el PIB e IPC). Entre los costos se encuentran el precio de compra de las materias primas, los salarios de la mano de obra y entre los gastos los salarios administrativos, los servicios públicos y arriendos.

5.8 Análisis financiero de proyectos

Todos los puntos desarrollados hasta ahora, en referencia a la idea de realizar un proyecto, dejan claro que no es tarea fácil y que son muchos los procesos que intervienen y se suscitan de manera simultánea. Aspectos económicos, financieros, mercadológicos, ventas, logística, se entrelazan y van dando forma al proyecto; este, puede ir desde un emprendimiento hasta realizar una mejora en algún área crítica de la empresa. Las evaluaciones de los productos permiten analizar la viabilidad y rentabilidad y determinar los costos, gastos, los ingresos y todo lo concerniente a la comercialización para hacer llegar el producto final o servicio al cliente.

La toma de decisiones se basa en el análisis de los argumentos que sustenta el proyecto, la medición de los indicadores económicos, la cuantificación de la inversión y el tiempo estimado en el que se ejecutará el proyecto.

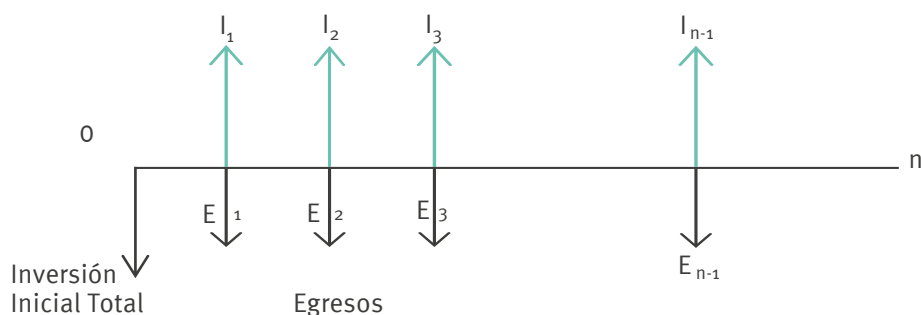
En este sentido el estudio económico y financiero proporciona los datos necesarios para diagnosticar la factibilidad o no de la idea que se desea materializar o de esa maquinaria de última tecnología que se pretende adquirir para mejorar la producción. En ambos casos debe privar un análisis objetivo, concreto, muy bien plantado y cónsono con la estructura financiera de la empresa y del tamaño de la inversión.

La palabra salud de la empresa define muy bien un proceso básico que resume los síntomas que un negocio puede estar presentando, el cual tiene que ver con el análisis de las entradas y salida de dinero.

Precisamente, el flujo de caja, es un mecanismo financiero que permite encender las alarmas de una empresa, cuando está en peligro de afectación la rentabilidad, este monitoreo de las salidas y entradas de dinero, permiten tomar las previsiones necesarias para evitar situaciones incómodas a nivel financiero y operativo. Una representación gráfica, permite visualizar los datos que componen el flujo de caja. (CEIPA, s.f.)

Es así como para la elaboración del flujo de caja de un proyecto es necesario determinar situaciones como la vida útil del proyecto y los períodos en los que se realizarán las inversiones, a pesar de que usualmente se contempla la inversión inicial como el “primer egreso” del proyecto en el período cero (o).

La forma del flujo de caja es la siguiente:



En este sentido:

$I_1, 2, 3...n$ son los ingresos proyectados del proyecto entre el período 1 y el período n.

$E_1, 2, 3...n$ son los egresos proyectados del proyecto entre el período 1 y el período n.

Con esta herramienta se construirán los indicadores financieros que servirán para tomar las decisiones en este aspecto, los cuales se analizarán a continuación.

5.8.1 Costo y tasa de oportunidad (i^*)

El *costo de oportunidad* es uno de los conceptos clave a la hora de realizar la evaluación financiera de un proyecto, ya que el hacer la inversión representa la renuncia a otra alternativa. En este caso, el costo equivale al beneficio dejado de percibir por la alternativa más rentable y que no suponga riesgo y esfuerzo adicional al negocio que se está evaluando (Buenaventura, 2018).

Cuando se habla de *tasa de oportunidad* se hace referencia a la tasa de interés del costo de oportunidad, es decir, la mayor tasa de rentabilidad ofrecida por la inversión más atractiva en el mercado con el mismo riesgo. Esta vendría siendo la tasa mínima de rendimiento —TMRR— requerida para el proyecto (Buenaventura, 2018).

5.8.2 Valor presente neto

El valor presente neto —VPN— es un indicador financiero que determina el valor presente de la evolución de los flujos de caja en el tiempo; de esta manera se ‘descuenta’ o se “trae a valor presente” la totalidad de las utilidades, penalizadas con una determinada tasa de descuento, a fin de restarle la inversión inicial; es así como se obtiene un valor totalizado de las utilidades (sean ganancias o pérdidas) representadas por los ingresos frente a los egresos pronosticados del proyecto o negocio.

Así pues, el VPN de las utilidades representa una relación clara entre el VP de los ingresos con el VP de los egresos.

Lo anterior, genera reglas de decisión como las siguientes:

(i) proyecto financieramente viable: se determina un proyecto financieramente viable cuando el VPN (utilidades) > 0 , por tanto: el VP (ingresos) – VP (egresos) > 0 . En este punto es importante indicar que los egresos en período cero (0) (al inicio del proyecto), determinado por la

inversión inicial, se deben incluir directamente dentro del cálculo luego de calcular el VP de los egresos y de las utilidades.

$$\text{VPN (egresos)} = \text{VP (egresos)} + \text{inversión inicial}$$

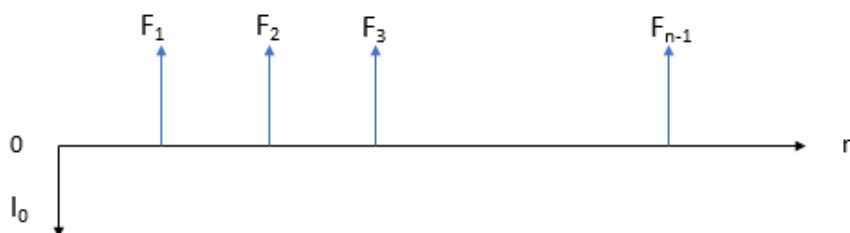
$$\text{VPN (utilidades)} = \text{VP (utilidades)} + \text{inversión inicial (representada como utilidad negativa)}$$

(ii) Proyecto financieramente no viable: se determina cuando el VPN (utilidades) < 0 , portanto: $\text{VP (ingresos)} - \text{VP (egresos)} < 0$. En este aspecto, el proyecto no se considera financieramente viable dado que las utilidades son principalmente negativas o porque a pesar de que posee utilidades positivas no genera lo suficiente para compensar la tasa de descuento aplicada al proyecto.

De esta manera cuando el VPN de las utilidades es cercano a cero (0), esto indica que es indiferente materializarlo puesto que $\text{VP (ingresos)} - \text{VPN (egresos)} \approx 0$; lo que quiere decir que genera la utilidad suficiente para cumplir exactamente con la tasa de descuento aplicada al proyecto.

Aquí aparece un término clave en el desarrollo del VPN y es la tasa de descuento, la cual representa la tasa requerida y/o exigida por los inversionistas para invertir en el proyecto (es decir, lo que éstos esperan obtener de ganancia al invertir su dinero en el proyecto y/o negocio).

Así, la representación esquemática de la técnica del flujo de caja descontado sería la siguiente:



$$VPN = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+k)^i} - I_o$$

En donde F_i es el valor del flujo de caja en el período i , K es la tasa de descuento (o lo que equivale a lo que llamamos en la TIR, la tasa de reinversión) y I_o es la inversión inicial.

Así las cosas, la inversión inicial siempre será un valor negativo puesto que es un dinero que se desembolsa o que sale de la caja del inversor; la tasa de descuento también se puede entender como un “costo de oportunidad”, ya que si el dinero no se invierte en el proyecto podría estar en otro proyecto o producto financiero que rente al menos esta tasa de interés; el VPN es un indicador de valor (es decir, el resultado se presenta en unidades monetarias); evalúa la generación de valor en dinero actual; es importante tener en cuenta que el riesgo de cada proyecto influye directamente en la tasa de descuento (es decir, si existe un mayor riesgo de que los flujos proyectados no se reciban, mayor tendrá que ser la tasa).

5.8.3 Tasa interna de retorno

La tasa interna de retorno —TIR— es aquella tasa que iguala el VPN a cero, lo que equivale a igualar todos los egresos e ingresos del proyecto.

$$TIR \longleftrightarrow VPN = 0$$

$TIR =$ Tasa interna de Retorno
 $VPN =$ Valor Presente Neto

Figura 18. TIR. Fuente: Buenaventura (2018, p. 55).

$$VPN = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+TIR)^i} - I_{o=0} = 0$$

Aquí hay que tener en cuenta que la TIR es la tasa que hace que el VPN sea exactamente igual a cero; es un indicador de rentabilidad, pues el resultado que presenta es una medida relativa; indica el porcentaje de pérdidas o ganancias que tendrá la inversión; depende exclusivamente de los flujos de caja y no de la tasa exigida por el inversionista.

La TIR es conocida como la tasa interna de retorno, la cual expone la rentabilidad promedio del proyecto; esta asume que los excedentes generados por cada período son reinvertidos en el mismo proyecto; así pues, la convierte en una tasa única de acuerdo con las características propias de cada negocio.

La TIR —al ser una rentabilidad— se expresa en porcentaje (%) y se compara con la tasa mínima requerida de retorno —TMRR— del inversionista, llamada también “costo de oportunidad de capital” —COK—, requerida por los accionistas para decidir la viabilidad de un proyecto de inversión específico.

Lo anterior, también se puede expresar como:

$TIR > TMRR (i^*)$, el proyecto es viable

$TIR < TMRR (i^*)$, el proyecto no es viable

$TIR = TMRR (i^*)$, es indiferente realizarlo

Este indicador presenta algunas limitaciones puesto que puede darse el caso de que en la misma evaluación exista más de una TIR que haga que el VPN sea igual a cero, lo cual representa una dificultad a la hora de elegir solo una. Esto se da porque el signo de los flujos de caja cambia más de una vez durante el tiempo que se está evaluando. A la vez supone que los flujos del proyecto se reinvierten a la misma tasa (TIR), por lo que es necesario también hallar la tasa verdadera de rentabilidad del proyecto TIRM.

5.8.4 Tasa interna de retorno modificada

Este término expone un indicador que considera la rentabilidad promedio de un proyecto, bajo el supuesto de reinvertir los excedentes de utilidad a una tasa diferente del proyecto en sí mismo. De esta manera los flujos incrementales del proyecto se ‘reinverten’ en otras opciones de inversión (como, por ejemplo, un CDT o bonos), las cuales teóricamente deberían ser “más seguras” y por lo tanto ayudar a la diversificación de la inversión y a la solidez de las utilidades adquiridas.

Lo anterior, bajo dos criterios:

(i) “los flujos positivos de cada periodo se capitalizan a la fecha final del proyecto a un tipo de interés equivalente a la tasa de actualización. Está asumiendo que los flujos positivos se reinvierten a una tasa equivalente al coste de oportunidad” (Serrahima, 2017).

(ii) “los flujos negativos de cada periodo se descuentan a la fecha inicial del proyecto a un tipo de interés equivalente a la tasa de interés sin riesgo” (Serrahima, 2017).

La TIRM es conocida como la tasa de retorno o recuperación externa. Se calcula de la siguiente manera: (i) capitalizar (llevar a valor futuro) los flujos de caja positivos, situándolos en el último período de vida útil a la tasa del mercado; (ii) descontar (traer a valor presente) los flujos de caja negativos a la tasa del costo de capital para la empresa y se sitúan en el período cero; (iii) con lo anterior se obtiene un flujo de caja en el período cero y otro en el último período, aquí se igualan el VP y el VF y se calcula la tasa compuesta que viene siendo la TIRM.

5.8.5 Relación beneficio/costo

Así como los socios inversionistas aplican la TIR y la TMRR para conocer si la rentabilidad de la inversión es positiva o no, también existe otra herramienta financiera que compara el costo del producto versus el beneficio que se obtendría. Este análisis es la relación costo-beneficio y lo pone en práctica cualquier comprador, inversionista o consumidor que

tenga la consciencia de que debe recibir un beneficio suficientemente atractivo como para pagar determinada cantidad de dinero. En otras palabras, este indicador determina si el beneficio es mayor al costo o no (pymesfuturo.com, s.f.).

Si el resultado del indicador es mayor que la unidad monetaria, esto significa que los ingresos netos son superiores a los egresos netos. Y si el indicador expresa un valor cercano a la unidad, esto significa que los beneficios se igualan a los egresos (pymesfuturo.com, s.f.); situación que reflejaría un equilibrio similar a un $VPN = 0$.

El B/C se puede calcular al traer a valor presente los beneficios y se divide entre los costos igualmente traídos al mismo valor.

Al tomar como referencia 1 se tiene que:

$B/C > 1$: los beneficios superan los costos $\rightarrow$ se acepta.

$B/C = 1$: los beneficios son iguales a los costos, es decir, no se generan ganancias ni tampoco pérdidas $\rightarrow$ indiferente.

$B/C < 1$: los costos superan los beneficios $\rightarrow$ se rechaza.

5.8.6 Costo anual uniforme equivalente

El costo anual uniforme equivalente —CAUE— es el costo equivalente por año de poseer un activo durante toda su vida útil. En otras palabras es lo que le cuesta a un proyecto poseer un activo durante su vida útil, lo que permite comparar negocios que sean diferentes a nivel de vida útil.

Así pues, el ‘anualizar’ los costos periódicos de un proyecto permite comparar diferentes alternativas de inversión. Veamos un ejemplo de ello.

Ejemplo: en la empresa “Los Montañeros” se tienen dos alternativas para la adquisición de equipos especializados para ampliar su capacidad instalada:

1. La primera alternativa contempla adquirir un equipo por \$ 25000, el cual genera gastos de mantenimiento y seguros por \$ 1500 cada mes durante los próximos 12 meses.

2. La segunda alternativa contempla comprar un equipo que vale \$ 20000, pero genera gastos de mantenimiento y seguros por \$ 2100 cada mes durante 18 meses.

Si se considera que la tasa de descuento es del 1,6 % mensual, ¿qué alternativa resulta mejor para la empresa?

Al organizar la información de los flujos de caja de las dos alternativas, tenemos lo siguiente:

Período	Alternativa 1	Alternativa 2
0	-25000	-20000
1	-1500	-2100
2	-1500	-2100
3	-1500	-2100
4	-1500	-2100
5	-1500	-2100
6	-1500	-2100
7	-1500	-2100
8	-1500	-2100
9	-1500	-2100
10	-1500	-2100
11	-1500	-2100
12	-1500	-2100
13		-2100
14		-2100
15		-2100
16		-2100
17		-2100
18		-2100

Para aplicar el criterio del CAUE, primero se debe hallar el costo total asociado a cada equipo en valor presente (en cero):

$$CAUE = VPN \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Alternativa 1:

$$VP_{Alternativa\ 1} = 25.000 + 1.500 \left[\frac{(1+0,016)^{12} - 1}{0,016(1+0,016)^{12}} \right] = 41.259,80$$

$$CAUE = 41.259,80 \left[\frac{0,016(1+0,016)^{12}}{(1+0,016)^{12} - 1} \right] = 3.806,30$$

Alternativa 2:

$$VP_{Alternativa\ 1} = 20.000 + 2.100 \left[\frac{(1+0,016)^{18} - 1}{0,016(1+0,016)^{18}} \right] = 52.619,20$$

$$CAUE = 52.619,20 \left[\frac{0,016(1+0,016)^{18}}{(1+0,016)^{18} - 1} \right] = 3.387,59$$

Se puede observar que el CAUE de la alternativa 1 es mayor que el de la alternativa 2, por ello para la empresa es mejor adquirir el equipo de la alternativa 2 puesto que su CAUE es menor (es decir, representa menos desembolsos en el tiempo para la empresa).

5.8.7 Payback

La definición de *payback*, también conocido como plazo de recuperación, se refiere en concreto al tiempo que se necesita para recuperar el capital inicial invertido a través de los flujos de caja que producirá el proyecto.

Para este caso, se debe tener en consideración los períodos en los que el flujo de caja es negativo y a los que se les adiciona la fracción del

tiempo en que la inversión inicial y períodos de pérdida son posteriormente recuperados por los flujos de caja positivos.

Es importante indicar que el *payback* funciona, siempre y cuando los flujos de caja no sean alternantes (en ocasiones ganancia y en ocasiones pérdidas); por lo anterior, es necesario que la uniformidad se evidencie. Veamos un ejemplo de ello.

Ejemplo: suponiendo una inversión inicial de \$ 2000 y una tasa de descuento del 10 % con los siguientes flujos:

Año	Flujo año
0	-2000
1	600
2	800
3	900
4	1100
5	1300
6	1700

Para esto, primero se calcula el VP de todos los flujos de caja del período 1 hasta el 6:

Año	Flujo año	VP
0	-2000	
1	600	- 545
2	800	- 661
3	900	- 676
4	1100	- 751
5	1300	- 807
6	1700	- 960

Segundo se revisa a partir de qué período la sumatoria de los flujos de caja (traídos a valor presente) aún es menor que la inversión inicial. Este será el período de referencia para el cálculo del *payback*:

Año	Flujo año	VP
0	-2000	
1	600	- 545
2	800	- 661
3	900	- 676
4	1100	- 751
5	1300	- 807
6	1700	- 960

-1.883

En el año 3 se calcula (en valor absoluto, función ABS en Excel) la diferencia entre la inversión inicial y la sumatoria del punto anterior (flujos de caja negativos):

$$2000 - 1883 = 117$$

El resultado anterior se divide entre la sumatoria (en valor absoluto) de los flujos de caja positivos traídos a valor presente, es decir, aquellos que quedan luego del período de referencia:

Año	Flujo año	VP
0	-2000	
1	600	- 545
2	800	- 661
3	900	- 676

Año	Flujo año	VP
4	1100	- 751
5	1300	- 807
6	1700	- 960

2.518

$$117 / 2518 = 0,05$$

Por último, se suma el resultado del punto anterior con el del punto 2:

$$0,05 + 3 = 3,05 \text{ años.}$$

EJERCICIOS PARA ESTUDIO

1. Antonio adquirió un vehículo de carga por valor de \$ 45'000000 para transportar gasolina. Por tratarse de una máquina modelo 78, requiere inversiones anuales en mecánica y mantenimiento por \$ 1'855000. La vida útil del vehículo es de 7 años, al final de los cuales Antonio lo vende por la suma de \$ 6'000000. Si la tasa de descuento de Antonio es del 10 % EA, ¿cuál es su VPN?



2. Se compró por valor de \$ 70'000000 una planta de energía para un campamento de trabajadores que construían una vía. La planta consumió en mantenimiento y combustibles \$ 1'500000 mensuales durante el primer año, el cual creció anualmente en un 8 %. A los dos años de estar en funcionamiento, fue necesario realizarle un reacondicionamiento cuyo costo alcanzó los \$ 12'000000. Al cumplirse el quinto año, una vez finalizó el proyecto, la planta pudo venderse en \$ 48'000000. De acuerdo con la información suministrada, establecer el promedio mensual de costo o CAUE para una tasa de descuento del 25 % anual.



3. La gerencia financiera de su empresa evalúa para elegir una de dos opciones con la cual se pretende tecnificar el proceso de producción de manera que pueda disminuirse el desperdicio generado por sus actuales condiciones. La propuesta de la firma Industriales SAS presenta en estudios un costo inicial por \$ 28'000000 e inversión inicial en equipos de \$ 12'000000, gastos de mantenimiento y operación de \$ 2'500000 mensuales con un crecimiento anual del 3 % por inflación durante los 3 años de vida útil del proyecto y un valor de mercado de \$ 7'500000. La propuesta

de la firma Productividad SAS tiene un costo inicial de \$ 25'000000 e inversión en equipos de \$ 10'000000, gastos de mantenimiento y operación de \$ 1'800000 mensuales para el primer año con un crecimiento anual del 3 % por inflación durante los 3 años de vida útil y un valor de mercado de \$ 6'000000. Para una tasa de descuento del 24 % anual, atendiendo los resultados del CAUE, ¿cuál es la mejor opción?



4. Calcule el VPN y la TIR de un equipo B con vida útil de 20 meses, costos trimestrales de \$ 990000, \$ 1'010000, \$ 1'030000 y así sucesivamente; gastos bimensuales de \$ 1'500000 en el primero e incrementos del 1,5 % cada dos meses; inversiones al iniciar por \$ 9'500000 y 8 meses después de su compra por \$ 5'000000; ingresos mensuales de \$ 2'500000; valor de mercado de \$ 7'000000 y tasa de oportunidad del 30 % NATV.



5. La empresa Riviera que utiliza para sus inversiones una tasa de oportunidad del 30 % anual desea conocer cuál de las siguientes alternativas debe seleccionar (<https://www.coursehero.com/file/p1vet2h/11-51-Cierta-empresa-que-utiliza-para-sus-inversiones-una-tasa-de-oportunidad/>):

	Máquina A		Máquina B
Costo del equipo	\$	10.000.000	\$ 12.000.000
Gasto operativos /año	\$	1.800.000	\$ 1.500.000
Valor de salvamento	\$	6.000.000	\$ 8.000.000
Vida útil		5 años	5 años



6. Al evaluar las cifras del flujo de un proyecto en estudio se establece que se debe realizar una inversión inicial de \$ 5'000000 y luego dos inversiones

más de \$ 800000 cada una, con vencimientos en los meses 2 y 4 después de iniciado el proyecto. Si se espera que el proyecto entregue un valor de mercado de \$ 950000 e ingresos mensuales hasta el final del segundo año, iniciando con \$ 600000 en el tercer mes y con un incremento mensual del 1 % para una tasa de descuento del 25 % anual, ¿cuál sería el CAUE?



7. La empresa Constructores Moratto necesita adquirir una nueva mezcladora para preparar el concreto que utiliza en sus obras. La empresa estudia dos modelos que prestan el mismo servicio y producen los mismos ingresos, cada una con las siguientes características. La tasa de oportunidad es del 13 % anual. Calcular el CAUE (<https://www.buenastareas.com/ensayos/Taller-Ucmc/2222038.html>):

Tipo de Mezcladora	Caterpillar	Jhon Deere
Costo del equipo	\$ 25.000.000	\$ 20.000.000
Ingresos anuales	\$ 8.000.000	\$ 8.000.000
Gastos operativos /año	\$ 1.800.000	\$ 2.200.000
Valor de salvamento	\$ 10.000.000	\$ 8.000.000
Vida útil	5 años	5 años



8. Se va a montar un almacén que requiere una inversión inicial de \$ 25'000000, con inversiones adicionales de \$ 200000 mensuales desde el final del tercer mes hasta el final del décimo. Se espera obtener ingresos mensuales a partir del segundo mes y hasta el doceavo de \$ 3'500000. Si la tasa de oportunidad es del 5 % mensual, ¿se recomienda el proyecto? Utilice el método del VPN (<http://cipastitanes.blogspot.com/2012/11/nucleo-n-4-ejercicios-se-va-montar-un.html>).



9. La empresa Inmobiliaria SUCASA presenta dos opciones para adquirir un equipo que requerirá en la construcción de un conjunto residencial: la opción A consiste en arrendar el equipo pagando \$ 1'800000 mes anticipado por los dos años que durará el proyecto más gastos adicionales de \$ 1'500000 mensuales; mientras que la opción B es la de comprar el mismo equipo por un valor de \$ 115'000000, con costos adicionales de \$ 1'200000 los dos primeros meses y con un valor de mercado de \$ 75'000000. Si ambas opciones realizarán el mismo trabajo con la misma eficiencia, determine vía CAUE la mejor alternativa. Con una tasa de descuento del 2 % mensual.



10. Se tienen dos flujos de caja semestrales proyectados para dos proyectos A y B, cada uno requiere la misma inversión inicial de \$ 20000 dólares. El inversionista debe escoger en cuál proyecto invertir con una tasa de oportunidad del 45 % EA, ¿cuál sería la mejor opción para el inversionista?



11. Johnny compra un camión de carga por \$ 30'000000 para arrendarlo a una empresa durante un año por \$ 800 000 mensuales, libres de gastos de mantenimiento. Si al final de año le proponen comprarle el camión por \$ 25'000000, con una tasa de oportunidad del 2,5 % mensual, ¿debe aceptar el negocio? (<https://es.calameo.com/read/00465467098442eea5d35>).



12. Se debe escoger entre el activo 1 y el activo 2, teniendo en cuenta que poseen los siguientes flujos de caja con una tasa de descuento del 2 % mensual: el activo 1 tiene un costo inicial de \$ 900000, con un costo mensual de mantenimiento de \$ 30000 para el primer mes y luego se incrementará en un 4 % mensual; los ingresos mensuales del activo son de \$ 85000, el valor de mercado es de \$ 600000 con una vida útil de 36 meses. El activo 2 tiene un costo inicial de \$ 1'500000, el costo mensual

de su mantenimiento es de \$ 35000 en el primer mes y luego aumentará en \$ 3500 cada mes y cuyos ingresos mensuales son de \$ 130000, el valor de mercado es de \$ 900000 con una vida útil de tres años.



13. Elija la mejor de las siguientes alternativas, utilizando el VPN. Teniendo en cuenta una tasa del 10 % anual:

Año	0	1	2	3
Alternativa A	-\$ 500	\$ 130	\$ 280	\$ 350
Alternativa B	-\$ 450	\$ 100	\$ 70	\$ 580
Tasa de Oportunidad	10%			



14. Se invierten hoy \$ 20'000000 en un proyecto que generará un ingreso de \$ 85'576782 dentro de 5 años. Determine la rentabilidad en términos efectivos mensuales. El costo de oportunidad es del 20 % EA.



15. Una empresa realiza una inversión por \$ 80'0000000 en un activo que tiene costos de mantenimiento mensuales de \$ 4'000000 que se incrementan en 2 % mensual durante su vida útil que es de 3 años, también genera ingresos por \$ 4'500000 en el primer mes que aumentan en \$ 200000 cada mes. El valor de salvamento es de \$ 35'000000. Calcule la rentabilidad de la inversión, si el costo de oportunidad es del 20 % EA.



16. A un inversionista le proponen invertir \$ 20'000000 y le aseguran que en los próximos 5 años recibirá \$ 6'000000 cada año. Si su tasa de oportunidad es del 20 % anual, ¿le conviene aceptar el negocio? (<https://>

www.coursehero.com/file/p314d61/Ejemplo-2-A-un-inversionista-le-proponen-invertir-10000000-y-le-aseguran-que-en/).



17. Nick compra un camión de carga hoy por \$ 60'000000 para arrendárselo a una empresa durante un año por \$ 1'600000 mensuales, libres de gastos de mantenimiento. Si al final del año le proponen comprarle el camión por \$ 55'000000 y su tasa de oportunidad es del 4 % mensual, ¿debe aceptar el negocio?



18. Rigoberto invierte \$ 400000 y recibe al final del primer año \$ 220000, y al segundo año \$ 250000. Calcular el rendimiento del negocio.



19. Lina invierte hoy \$ 14'000000 en un negocio de repuestos y después de 2 años recibe \$ 17'600000. Calcular la tasa de rendimiento del proyecto.



20. Tamales Doña Gloria está considerando la adquisición de nuevas máquinas eléctricas de moler. La inversión inicial se calcula en \$ 1'250000, la maquina tendrá una vida útil de 5 años sin ningún valor residual. Usar una tasa de descuento del 6 % y determinar el VPN de la máquina con entradas de efectivo anuales de \$ 350000. ¿Debería la empresa realizar esta inversión?



21. Ecocaldas está considerando la adquisición de un nuevo terreno para trasladar sus actividades a la cabecera rural del municipio. La inversión inicial se calcula en \$ 2000 millones y dicho proyecto tendrá una vida útil de 8 años sin ningún valor residual. Usar una tasa de descuento del 10 %

y determinar el VPN del proyecto con las entradas de efectivo operativas esperadas. De acuerdo con el VPN del proyecto, ¿debería la empresa realizar esta inversión?



22. Se realiza una inversión el 12 de abril de 2019 por un valor de \$ 20'000000 y se esperan los siguientes beneficios:

Fecha	Valor
09/06/2019	\$ 5'400000
20/09/2019	\$ 7'000000
18/12/2019	\$ 9'800000

Evaluar la factibilidad de la inversión mediante el método de la TIR.



23. Un proyecto cuesta \$ 120'000000 y promete los siguientes beneficios futuros cada período: \$ 60'000000, \$ 48'000000, \$ 36'000000 y \$ 25'000000. Si la tasa de descuento es del 15 %, calcular el valor actual del proyecto.



24. Encontrar e interpretar el VPN y la TIR, utilizando una tasa de rendimiento mínima aceptable del 25 % de la siguiente alternativa de inversión: el proyecto tiene una vida útil de 8 años con una inversión de \$ 6765 y flujos de caja del año 1 al 4 de \$ 2500 y del 5 al 8 de \$ 3750.



25. Se adquiere un vehículo de carga de gasolina por valor de \$ 35 millones. Por tratarse de una maquina modelo 78, requiere inversiones anuales

en mecánica y mantenimiento del orden de \$ 1'855000. La vida útil del vehículo es de 7 años, al final de los cuales su propietario lo vende por la suma de \$ 6'000000. La tasa de descuento del dueño del carro es del 10 % EA, ¿cuál es el VPN?



26. Un proyecto cuesta \$ 120000 y promete los siguientes beneficios futuros en cada período: \$ 60000, \$ 48000, \$ 36000 y \$ 25000. Si la tasa de descuento es del 15 %, calcule e interprete el VNP y la TIR del proyecto.



27. Una máquina tiene un costo de \$ 200000 cuyo pago ocurre al final del primer período y tiene una vida útil de 5 años, al cabo de los cuales su valor de salvamento es de \$ 90000. Los costos de operación y mantenimiento son de \$ 60000 al año, estimamos que los ingresos ascienden a \$ 110000 al año por el aprovechamiento de la máquina. Si la tasa de descuento es del 12 % EA, ¿cuál es el VNP y la TIR de este proyecto?, ¿qué significa? (<https://es.scribd.com/document/435217257/ESTADOS>).



28. El señor Cárdenas tiene unos ahorros en una corporación financiera que le reconoce el 25 % efectivo anual. Desea comprar un taxi con sus ahorros con las siguientes condiciones: cuota inicial \$ 3'000000 y 30 cuotas mensuales vencidas de \$ 300000. El señor Cárdenas estima que el taxi producirá \$ 400000 mensuales, así como espera venderlo al final de tres años en \$ 10'000000. ¿Será este un buen negocio? (<https://es.scribd.com/document/435217257/ESTADOS>).



29. Evalúe una posibilidad de inversión con las siguientes condiciones: el proyecto dura 3 años, requiere una inversión inicial de \$ 160'000000; los

ingresos del primer mes son de \$ 11'000000 y tienen un incremento anual de \$ 4'900000; los egresos operacionales son de \$ 5'600000 y tienen un incremento anual del 4 %; el valor del salvamento es de \$ 70'000000 y la tasa de oportunidad del inversionista es del 19 % EA.



30. Calcule e interprete el VPN y la TIR del siguiente caso de inversión: proyecto de 5 años con una inversión inicial de \$ 16'000000, con unos ingresos operacionales en los primeros dos períodos de \$ 5'500000, en el tercero \$ 6'500000, en el cuarto de \$ 8'000000 y en el quinto de \$ 9'000000; tiene un salvamento de \$ 10'000000 y la tasa de oportunidad es del 25 % anual.



31. Encuentre e interprete la TIR de una inversión en un proyecto que tiene una vida útil de 4 años con una inversión de \$ 8500 y flujos de caja de \$ 5500 y en el período 3 un ingreso extra de \$ 1600. Los egresos corresponden al 26 % de los ingresos, tiene un salvamento de \$ 2100 y una tasa de oportunidad del 25 % EA.



32. Una persona invierte \$ 160'000000 para un restaurante en el que espera recibir ingresos netos cada año de \$ 84'000000 durante 5 años. Los ingresos anuales se pueden reinvertir a una tasa del 30 % anual, los egresos corresponden a \$ 20'000000 los primeros dos años y en los próximos 3 períodos de \$ 27'000000. Los activos fijos son de \$ 76'000000. Determine si esta inversión es viable.



33. Usted abre una cuenta de ahorros con \$ 10'000000 y después de 4 meses retira \$ 8'000000. A partir del final del sexto mes y durante 3 meses

consecutivos deposita \$ 500000 cada mes. Calcular la tasa de interés que le pagaron, si al final del año puede retirar de la cuenta \$ 4'965480 (https://www.academia.edu/11487800/Tallerinteres_compuesto).



34. Alfonso compra una máquina retroexcavadora por la suma de \$ 50'000000, que produce \$ 20'000000 de utilidades durante cada uno de los próximos cinco años. Si al final de este período la vende en \$ 10'000000. Si la tasa de oportunidad es del 22 % EA, ¿cómo le va a Alfonso en el negocio? (<https://es.scribd.com/document/376541624/Ejercicios-VPN>).



35. Una empresa desea hacer una inversión en un equipo relacionado con el manejo de materiales y se estima que el nuevo equipo tiene un valor de \$ 100'000000; esto representará para la compañía un ahorro de mano de obra, pero genera \$ 20'000000 en gastos anuales. Se considera que la vida estimada del nuevo equipo es de 5 años al final de los cuales se espera una recuperación monetaria de \$ 50'000000, se fija una tasa de oportunidad del 25 % anual. ¿Valdrá la pena realizar dicha inversión? (<https://es.slideshare.net/ErikaCarrero/valor-presente-neto>).



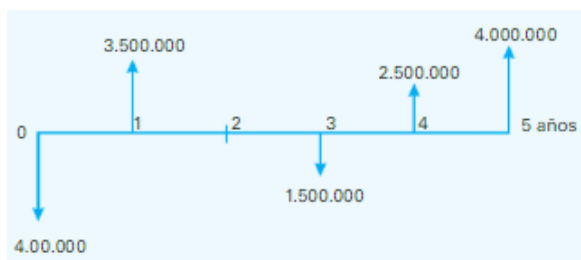
36. Una máquina tiene un costo inicial de US\$ 1'100 y una vida útil de 6 años, al cabo de los cuales su valor de salvamento es de US\$ 100; los costos de operación y mantenimiento son de US\$ 30 al año y se espera que los ingresos por el aprovechamiento de la maquina asciendan a US\$ 300 al año, ¿cuáles la TIR de este proyecto de inversión?, ¿qué significará? (https://www.academia.edu/30356534/Problema_1).



37. Una persona tiene dos alternativas de inversión, ambas de \$ 15000. Sin embargo la primera ofrece un pago de \$ 5500 al final de cada uno de los próximos cuatro años; por otra parte, la segunda alternativa ofrece un pago único de \$ 27500 al final de los cuatro años. Si la TMRR es del 15 % anual, ¿cuál alternativa debe seleccionarse? (<https://danmelysperozo.files.wordpress.com/2014/01/ejercicios-propuestos-3er-corte.pdf>).



38. Determinar la relación beneficio/costo para un proyecto con los siguientes flujos de caja y con una tasa de descuento del 23 % anual:



39. Dados los proyectos A y B elegir la mejor alternativa a partir de los conceptos de VPN y B/C, teniendo en cuenta una tasa de descuento del 32 % anual. Los flujos de caja de los proyectos son los siguientes:



40. Se tienen cuatro proyectos de inversión A, B, C y D con los flujos de caja que se describen en la siguiente tabla y una tasa de oportunidad del 15 % semestral, ¿cuál es la mejor opción de proyecto con base en la relación beneficio/costo?

(t) Semestre	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
0	- 1.500.000	- 3.500.000	- 2.000.000	- 1.500.000
1	600.000	0	300.000	0
2	600.000	600.000	800.000	0
3	600.000	1.800.000	1.400.000	0
4	600.000	3.100.000	2.300.000	1.700.000



41. A partir de la siguiente información calcule la relación beneficio/costo e indique si el proyecto puede ser aceptado. Inversión inicial de \$ 70'000000, tasa de descuento del 13 % efectiva semestral, flujos de caja:

Flujos de caja				
Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
19.000.000	45.000.000	84.000.000	150.000.000	210.000.000



42. Un grupo de estudiantes aporta \$ 20 millones para abrir una papelería y centro de copiado frente a la universidad. Al realizar el estudio económico, esperan recibir beneficios netos anuales de \$ 6'000000 durante 5 años. El monto de los beneficios anuales se puede reinvertir a una tasa del 10 % anual. Se pide calcular la TIR del emprendimiento y la TIRM.



43. Un proyecto tiene los flujos de caja que se muestran en la siguiente tabla. La tasa de oportunidad del inversionista es del 21 % anual. Calcular la TIRM.

Año	Flujo de caja
0	- 6.000.000
1	1.300.000
2	1.085.000
3	2.000.000
4	2.600.000
5	1.400.000
6	1.100.000



44. Hoy se realiza una inversión de \$ 1'500000, de la cual se espera recibir \$ 300000 anualmente durante 6 períodos, ¿cuál es la TIRM?



45. Una persona tiene la posibilidad de invertir en dos proyectos de comida rápida, una de pizzas y la otra de hamburguesas. Ambas alternativas requieren una inversión inicial de \$ 15'000000; el horizonte de tiempo del proyecto es de 6 años y los flujos netos proyectados son los que se indican en la tabla. Se pide determinar el *payback* de ambas opciones y elegir la mejor:

Año	Pizzas	Hamburguesas
0	15.000.000	15.000.000
1	6.000.000	6.200.000
2	2.500.000	6.100.000
3	6.000.000	6.000.000
4	5.000.000	5.900.000
5	3.000.000	3.500.000
6	6.000.000	3.000.000



46. Se tienen dos proyectos para inversión y se desea elegir el mejor. Ambos requieren una inversión inicial de \$ 100000 y tienen una duración de cinco años. Con los flujos de caja que se indican a continuación, y tomando como referencia un costo financiero del 26 %, determinar cuál de los dos proyectos recuperará antes la inversión inicial:

Año	Proyecto A	Proyecto B
0	- 100.000	- 100.000
1	35.000	60.000
2	45.000	50.000
3	55.000	40.000
4	65.000	30.000
5	75.000	20.000



47. Calcular el *payback* y la TIRM para un negocio de la empresa Inversoray Ltda., con una inversión inicial de \$ 1000 millones que genera unos flujos de caja de \$ 100, \$ 400, \$ 900, \$ 500 y \$ 100 millones por cada uno de los cinco años de vida del proyecto respectivamente y con una tasa de descuento del 20 % anual.



48. Una empresa necesita analizar la factibilidad de un proyecto con los siguientes datos: inversión inicial de \$ 2000 millones; duración del proyecto a 10 años; flujos de caja de \$ 450 millones para el primer año que incrementa en \$ 50 millones anuales hasta el quinto año y luego decrecen en \$ 100 millones hasta el décimo año; costo de capital del 15 % anual. Se pide calcular la TIRM del proyecto, el *payback* y establecer la factibilidad de acuerdo a los resultados.



49. Su mejor amigo le pide ayuda para analizar la conveniencia financiera de una oportunidad de inversión que ofrece las siguientes cifras: inversión inicial de \$ 10000 millones; duración del proyecto a 10 años; flujos de caja de \$ 2000, \$ 2500 y \$ 4000 millones para los primeros tres años de vida. Estos flujos incrementan indefinidamente en un 4 % anual; costo de capital del 20 % anual. Inicie el análisis calculando el VPN del proyecto, la TIR, la TIRM y el *payback*; y con base en ello, defina si la propuesta es viable.



50. Un inversionista aporta a una sociedad \$ 4'000000 y espera que le produzcan \$ 80000 anuales durante 10 años y \$ 6'000000 al final de este horizonte de tiempo. Se pide calcular el *payback*.



51. Un proyecto tiene un retorno del 10 % anual con una inversión de \$ 2000 y flujos anuales de \$ 200, \$ 400, \$ 600, \$ 800 y \$ 800. Calcular el *payback* del proyecto.



52. Una empresa tiene la siguiente información sobre una inversión realizada para ampliar su capacidad productiva durante 5 años: inversión inicial de \$ 20'000000 y una segunda por \$ 3'500000 en el tercer año; beneficios de \$ 6'500000 cada año y la tasa de oportunidad es del 18 % anual, ¿cuál es la relación beneficio/costo?



53. Calcular la TIRM de un proyecto de inversión inicial de \$ 40'000000 y una extra de \$ 7'000000 con una tasa de oportunidad del 1,86 % mensual. Se reciben beneficios anuales de \$ 11'000000 durante toda la vida del proyecto, la cual es de seis años.



54. La empresa Casta Ltda. realiza una inversión en equipos tecnológicos, y su estudio financiero arroja los siguientes datos: inversión inicial de \$ 2'000000; ingresos anuales de \$ 1'700000; costos anuales de \$ 900000; costo de capital del 23 % anual; horizonte de tiempo de 4 años. Se pide calcular la relación beneficio/costo de la inversión.



Conclusión

Por medio del presente libro se pretende crear una empatía directa con el estudiante que esté cursando —o vaya a cursar— las asignaturas de “Matemáticas financieras” y “Evaluación de proyectos”. Aquí no solo se explican una serie de ejercicios puntuales mediante vídeos de fácil acceso a través de YouTube sino que también es posible visualizar las diferentes formas de evolución del dinero en el tiempo mediante técnicas numéricas adaptadas a la realidad de la administración y las finanzas.

En este libro de texto se deja claro que el concepto de interés simple en realidad es un caso particular del interés compuesto en el que los intereses se depositan en cuentas apartes y/o se disfrutan inmediatamente luego de ser generados; con base en esto, no se da la capitalización del mismo. Situación similar ocurre con los gradientes en los que, hoy en día, con el uso activo del software Excel y/o cualquier hoja de cálculo, es posible realizar su estructura y calcular sus factores sin necesidad de utilizar fórmulas matemáticas complejas.

A nivel pedagógico se han separado las tablas de acreditación y las tablas de amortización, ya que de esta manera es posible enfocar al estudiante en situaciones problemáticas reales como son los planes de ahorro con objetivos claros a futuro y la solicitud y pago de créditos mientras se disfruta en tiempo presente el compromiso que luego se tendrá que pagar.

Es así como este libro expone al lector de manera positivista y reduccionista las técnicas básicas de matemáticas financieras, pero sin descuidar el contexto problemático que experimenta cualquier individuo en el día a día en las finanzas. De esta manera se exhorta e invita a los docentes no solo a utilizar activamente las hojas de cálculo en sus explicaciones, sino también a incentivar la aplicación mediante este contexto proyectos que permitan despertar la curiosidad, innovación y desarrollo de los procesos

cognitivos asociados con la investigación, la participación y socialización de los resultados dentro del ámbito administrativo y empresarial; así pues, se cimientan las bases para una enseñanza pedagógica dialógica de los problemas financieros que nos atañen en nuestra realidad administrativa y contable.

Referencias

- ahorrainvierte.com. (2018). *La teoría de carteras o como se construyen las carteras de inversión*. Recuperado de <https://ahorrainvierte.com/la-teoria-de-carteras-o-como-se-construyen-las-carteras-de-inversion/>.
- Alarcón, J. (2017). El dinero desde “medio de intercambio” hasta “medio simbólico”. Elementos luhmannianos para la observación del dinero. *MAD. Revista del Magíster en Análisis Sistemático Aplicado a la Sociedad*, 36, 53-71.
- Baca, G. (2016). *Evaluación de proyectos*. Ciudad de México, México: McGraw-Hill.
- Banco de la República. (s.f.). ¿Qué tanto sabe sobre la inflación? Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/contenidos/page/qu-inflaci-n>.
- Banco de la República. (2020). *Tasa de intervención de política monetaria del Banco de la República*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/glosario/tasa-intervencion-politica-monetaria>.
- Banco de la República. (2020). *Tasas de colocación*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/tasas-colocacion>.
- Banco de la República. (2020). *Tasas de captación de los CDT*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/glosario/tasas-captacion>.
- Banco de la República. (2020). *Indicador Bancario de Referencia (IBR)*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/indicador-bancario-referencia-ibr>.
- Banco de la República. (2020). *Tasa interbancaria (TIB)*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/tasa-interbancaria-tib>.
- Banco de la República. (2020). *Libor*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/glosario/libor>.

- Banco de la República. (2020). *¿Qué es y quiénes se pueden vincular al SEN?* Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/temas/6481>.
- Banco de la República. (2020). *Unidad de valor real (UVR)*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/unidad-valor-real-uvr>.
- Banco de la República. (2021). *Tasas de interés de captación y operaciones del mercado monetario. Guía metodológica*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/guia-metodologica-tasas-de-captacion.pdf>.
- Blanco Claraco, J.L. (2012). *Diferencias entre porcentaje, puntos porcentuales y puntos básicos*. Recuperado de <https://www.ciencia-explicada.com/2012/06/diferencias-entre-porcentaje-puntos.html>.
- Buenaventura, V.G. (2018). *Teoría de la inversión en evaluación de proyectos*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.
- Burgos, A. (2017). *Proyecto de inversión*. Recuperado de http://www.xprtrtraining.com/proyectos/proyecto_de_inversion.html#:~:text=Alcances%20de%20la%20identi%EF%AC%81caci%C3%B3n%2C%20formulaci%C3%B3n,iniciativas%20de%20inversi%C3%B3n%2C%20as%C3%AD%3A%20La.
- Bustamante, G.L. (2012). *Pautas para la iniciación y planificación de proyectos de desarrollo la metodología del marco lógico: manual en 12 pasos*. Recuperado de <http://industrialdianabetancur.blogspot.com/2012/05/pautas-para-la-iniciacion-y.html>.
- CEIPA. (s.f.). *Estudio económico y financiero*. Recuperado de <https://icontent.ceipa.edu.co/icontent/faces/jsp/despliegue/contenido/despliegueContenido.jsp?codigo=FUND-ES-EC>.
- Chu, M. y Agüero, C. (2014). *Matemáticas para las decisiones financieras*. Lima, Perú: Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas.

- Cifuentes, V. (2020). Banrep ajustaría su forma de analizar la inflación este año. *Portafolio*. Recuperado de <https://www.portafolio.co/economia/banrep-ajustaria-su-forma-de-analizar-la-inflacion-este-ano-538695>.
- Conceptos Financieros al Día. (2020). *Tasa indexada*. Recuperado de <http://conceptosfinancierosaldia.blogspot.com/p/tasa-indexada.html>.
- Córdoba, M. (2011). *Formulación y evaluación de proyectos*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.
- DANE. (2019). *IPC. Índices de Precios al Consumidor*. Recuperado de <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/precios-y-costos/indice-de-precios-al-consumidor-ipc>.
- Díaz, A.D. y Aguilera, V. (2013). *Matemáticas financieras*. Ciudad de México, México: McGraw-Hill.
- FAO. (2005). *RuralInvest. Un enfoque participativo para la identificación y preparación de inversiones rurales a pequeña escala. Formulación y empleo de perfiles de proyecto*. Roma, Italia: FAO.
- García, J.A. (2008). *Matemáticas financieras*. Bogotá, Colombia: Pearson Educación.
- Gitman, L. (2007). *Principios de administración financiera*. Ciudad de México, México: Pearson Educación.
- González, V. y Solano, M.J. (2017). *Proyecto de factibilidad para la creación de una hostería en el Cantón Macará de la provincia de Loja*. Loja, Ecuador: Universidad Nacional de Loja.
- Gutiérrez, M., Téllez, L. y Munilla, F. (2005). La liquidez empresarial y su relación con el sistema financiero. *Ciencias Holguín*, 11(2), 1-10.
- Huertas, A. et al. (2005). Algunas consideraciones sobre el canal del crédito y la transmisión de tasas de interés en Colombia. *Revista del Banco de la República*, 78(932), 70-115.

- mercadotecnia. (2015). *Canal de distribución*. Recuperado de <https://geronimoalec.wordpress.com/2015/05/13/canal-de-distribucion/>.
- Melo, L. y Becerra, O. (2006). *Una aproximación a la dinámica de las tasas de interés de corto plazo en Colombia a través de modelos GARCH multivariados*. Recuperado de <https://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra366.pdf>.
- Meza, J. (2017). *Matemáticas financieras aplicadas*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.
- Pareja, I. (2003). *Decisiones empresariales bajo riesgo e incertidumbre*. Bogotá, Colombia: Ediciones Norma.
- pymesfuturo.com. (s.f.). *La relación beneficio costo*. Recuperado de <https://www.pymesfuturo.com/costobeneficio.html>.
- Rave, E.D. (2011). *Notas de economía*. Medellín, Colombia: CEIPA.
- Revilla, J. (2019). *Es igual decir ¿5 por ciento, 5 puntos porcentuales ó 5 puntos básicos?* Recuperado de <https://www.urp.edu.pe/pdf/id/6333/n/>.
- Rubira, A. (2013). *La demanda potencial I. El mercado meta*. Recuperado de <https://es.slideshare.net/albertrubira/demanda-potencial-y-mercado-meta>.
- Sánchez, W.A. (2006). *Implementación del procedimiento PMBOK a la fabricación de un carro minero de 40 pies cubicos de capacidad* (tesis de pregrado). Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.
- Santana, L. (2016). *Matemáticas financieras y valoración*. Bogotá, Colombia: Alfaomega.
- Serrahima, R. (2017). *TIRM o Tasa de rendimiento interno modificada*. Recuperado de <https://raimon.serrahima.com/tirm-tasa-rendimiento-interno-modificada/>.

- Trujillo, J. y Martínez, Ó. (2016). *Matemáticas financieras y decisiones de inversión*. Bogotá, Colombia: Alfaomega.
- UGT. (2019). *El IPC ofrece un escenario propicio para que los hogares recuperen poder adquisitivo*. Recuperado de <https://www.ugt.es/el-ipc-ofrece-un-escenario-propicio-para-que-los-hogares-recuperen-poder-adquisitivo>.
- Vega, J. (2015). *Estudio de factibilidad*. Recuperado de <https://jvega2015blog.wordpress.com/2015/12/>.
- Velayo, V. (s.f.). *Capitalización*. Recuperado de <https://economipedia.com/definiciones/capitalizacion.html>.
- Vidaauri, H.M. (2017). *Matemáticas financieras*. Ciudad de México, México: Cengage Learning Editores S.A.



Msc. Antonio Boda. Investigador Asociado en Colciencias. Docente Tiempo Completo en CEIPA, Business School en Colombia. Certificado CQRM, Magíster en Finanzas (IESA), Especialista en Estadística Computacional (USB), Licenciado en Educación mención Física y Matemáticas (UCAB). Experiencia de más de 25 años en la docencia universitaria, y más de 10 años como consultor empresarial. Autor de más de 25 artículos en revistas científicas indexadas, de 4 libros derivados de proyectos científicos, y más de un centenar de productos de investigación como capítulos de libro, casos de enseñanza, conferencista & ponencias. Profesional integral, con experiencia en áreas Financieras, Marketing, Demand Planning & Supply Chain. Especialista en Empresas con Estilo de Venta Directa. Investigador en el ámbito econométrico, minería de datos, simuladores dinámicos de riesgos y optimización, uso de Risk Simulator, Power BI. Docente con amplios conocimientos y destrezas a nivel superior, especialmente en el ámbito numérico, estadístico y financiero; así como también en la enseñanza basada en competencias, tanto en modalidades presenciales como virtuales.



Msc. Fausto Camilo Vahos Zuleta es Economista de la Universidad de Medellín, Especialista en Gerencia Financiera de la Fundación Universitaria CEIPA y Magister en Finanzas en la U de M. Adicionalmente, ha realizado cursos y diplomados en Mercado de capitales y Herramientas de productividad Empresarial. Certificado CQRM. Ha trabajado como Asesor independiente en inversiones en acciones colombianas y Mercado de divisas. Actualmente es asesor financiero en Planes de Negocio, Planes de fortalecimiento y prácticas empresariales, y empresas del sector real. También he sido docente del Núcleo de Economía, Matemáticas Financieras y Evaluación de Proyectos Sistemas y Productos Financieros y Mercados Financieros y Operación Bursátil.